Министерство образования Республики Беларусь

БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра «Транспортные системы и технологии»

КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ

по дисциплине

«Основы теории транспортных процессов»

для студентов специальности 1-44 01 01 и 1 44 01 02

А.Я. Андреев, доцент кафедры ТСиТ

Минск 2018

Введение

Автомобильный транспорт имеет ярко выраженные особенности, существенно влияющие на формы и методы управления. Основной производственный процесс (перевозки) на автомобильном транспорте протекает за пределами автотранспортного предприятия. В результате в его организации участвуют не только автотранспортные, но и обслуживаемые ими предприятия. Так, при централизованных перевозках грузов загрузку автомобилей осуществляет своими силами и средствами предприятие - отправитель, а выгрузку - предприятие-получатель.

Производственные связи автомобильного транспорта шире и многообразнее, чем в других отраслях. Автотранспортное предприятие связано со всеми предприятиями обслуживаемой им территории. Таким образом, автомобильный транспорт представляет собой сложную динамическую систему, управление которой связано с большими трудностями. Преодолеть эти трудности возможно только с помощью современных математических методов.

При неупорядоченном перемещении автомобилей вместе с грузами невозможно минимизировать пробеги (в том числе и холостые), так как водитель едет так, как ему нравится, и в то время, которое он считает правильным. Для создания ноосферных технологий работы транспортных средств они обязательно должны быть организованы в централизованную систему управления. Одним из направлений ноосферной технологии на автомобильном транспорте является проектирование и организация автотранспортных систем доставки грузов с помощью экономико-математических методов линейного программирования и применения современного математического аппарата описания функционирования указанных систем, созданного на основе системного анализа и дискретного представления о протекании транспортного процесса.

Раздел 1. Общие вопросы теории организации транспортных систем

1.1. Особенности автомобильного транспорта как системы

Продукцией автомобильного транспорта является перемещение грузов и людей в пространстве, эту продукцию нельзя сберечь и накапливать впрок.

Подвижной состав (т.е. основные средства) автомобильного транспорта в процессе производства находится в постоянном взаимодействии с внешними природными условиями (осадки, ветер, гололёд, температура окружающей среды).

Для автомобильного транспорта характерна массовость подвижных средств и множественность связей с клиентурой.

Процесс перевозки на транспорте протекает за пределами предприятия, что осложняет управление и повышает требования к координации его участников.

Автомобильный транспорт является сложной динамической системой, эффективное управление которой связано с большими трудностями, и возможно только на базе современной теории и электронно-вычислительной техники.

Для планирования работы транспортных систем успешно применяются методы линейного программирования, имитационное моделирование.

1.2. Маршруты движения подвижного состава

Маршрут – это путь подвижного состава, при выполнении им перевозок от начального до конечного пунктов.

Оборот подвижного состава – законченный цикл движения по маршруту с возвращением в начальный пункт.

Интервал движения – время между проездами любого места маршрута. Рассмотрим классификацию по мощности осваиваемых грузопотоков, как наиболее распространённую. Эта классификация содержит ряд систем.

Маршруты бывают маятниковые и кольцевые.

Маятниковые маршруты – это движение подвижного состава в прямом и обратном направлении, которое осуществляется по одной и той же трассе. Маятниковые маршруты различаются: с полным использованием пробега и с неполным использованием пробега прямого или обратного направления.

На кольцевом маршруте подвижной состав движется по замкнутому контуру. Кольцевые маршруты различаются:

- сборный маршрут – подвижной состав, проходя все пункты, постепенно загружается и завозит груз в один пункт;
- развозочный маршрут – загруженный подвижной состав развозит груз партиями по пунктам, постепенно разгружаясь;
- сборно-развозочный маршрут – развозится один груз и собирается другой.

1.3. Классификация транспортных средств

Транспортная система- это совокупность реальных объектов и связей между ними, которые используются на определённой территории для выполнения перевозок.

Транспортные системы классифицируются по нескольким признакам, в том числе:

- по мощности осваиваемых грузопотоков;
- по уровням сложности;
- по сложности поведения и т.д.

Транспортные системы делятся на семь разновидностей:

1. Микросистемы – маятниковые маршруты с обратным не груженым пробегом, на них необходим один автомобиль.

В этом случае, время ездки $t_е = t_п + t_{ге} + t_в + t_х$,

где $t_п$ - время погрузки;

$t_{ге}$ - время гружёной ездки;

$t_в$ - время выгрузки;

$t_х$ - время подачи для следующей загрузки (движение без груза).

Длина маршрута при этом $l_м = l_{ге} + l_х$,

где $l_{ге}$- гружёная ездка;

$l_х$ - холостая ездка.

Время оборота на маршруте $t_о = t_е = \dfrac{2l_{ге}}{V_т} + t_{пв} = \dfrac{l_м}{V_п} + t_{пв}$,

где $t_е$- время ездки,

$V_т$- среднетехническая скорость;

$t_{пв}$- время простоя под нагрузкой и выгрузкой за поездку.

Число оборотов $Z_о$ и ездок $Z_е$.

$$Z_о = Z_е = \frac{T_н V_т - l_н}{l_м + V_т t_{пв}},$$

где $T_н$ - время нахождения в наряде,

$l_н$ - нулевой пробег.

Количество перевезённого груза (т) за один оборот Q и за время нахождения в наряде Q_c

$$Q = q \cdot \gamma;\ Q_c = Z_о \cdot q \cdot \gamma,$$

где q – грузоподъёмность транспортного средства;

γ – коэффициент использования грузоподъёмности.

Величина выполненной транспортной работы (т·км) за один оборот обозначается P и за время $T_н$ обозначается P_c

$$P = q \cdot \gamma \cdot l_{ге}\ ;\ P_c = Z_о \cdot q \cdot \gamma \cdot l_{ге}\ .$$

Производительность грузового подвижного состава по перевезённому грузу W_q(т/ч) и выполненной транспортной работе W_p(т·км/ч) соответственно равны:

$$W_q = \frac{q \cdot \gamma \cdot \beta \cdot V_т}{l_{ге} + t_{пв} \cdot \beta \cdot V_т},$$

$$W_p = \frac{l_{ге} \cdot q \cdot \gamma \cdot \beta \cdot V_т}{l_{ге} + t_{пв} \cdot \beta \cdot V_т},$$

где $\beta = \dfrac{l_{ге}}{l_{ге} + l_х}$ - коэффициент использования пробега, т.е. отношение ездки с грузом $l_{ге}$ к общей длине ездки $l_{ге} + l_х$.

2. Особо малые системы – кольцевые и маятниковые маршруты, на которых в обратных направлениях перевозится груз при частичной или полной загрузке автомобиля и на маршруте работает не более одного транспортного средства.

Время i-й ездки на маршруте t_{ei}

$$t_{ei} = \frac{l_{гei}}{V_{тi}} + t_{пвi}\,.$$

Среднее время ездки

$$\bar{t}_e = \frac{\sum^{n} t_{ei}}{n}\,,$$

где n – число ездок за один оборот.

Число ездок за время $T_н$

$$Z_e = \frac{T_н - \dfrac{l_н}{V_т}}{\bar{t}_e}\,,$$

где $l_н$ - нулевой пробег.

Количество перевезённого груза и выполненная транспортная работа в среднем за одну ездку

$$\overline{Q}_e = \bar{q} \cdot \bar{\gamma}\,,\ \overline{P}_e = \bar{q} \cdot \bar{\gamma} \cdot \bar{l}_{ге}\,,\ \text{где}\ \bar{\gamma} = \frac{\sum^{n} \gamma_i}{n}\,,\ \bar{l}_{ге} = \frac{\sum^{n} l_{гei}}{n}\,.$$

Количество перевезённого груза Q (Т) и Р (т·км) работа за время пребывания в наряде

$$Q_C = \bar{q} \cdot \bar{\gamma} \cdot Z_e\,, \quad P_C = \bar{q} \cdot \bar{\gamma} \cdot \bar{l}_{ге} \cdot Z_e\,.$$

3. Малые системы – кольцевые и маятниковые маршруты различных типов, на которых используются несколько транспортных средств.

Для таких систем необходим учёт последовательности выхода транспортных средств на линию.

Требуется составление графиков выпуска и прибытия на первую погрузку с целью исключения первоначального образования очередей в местах погрузки.

Расчёт работы каждой транспортной единицы должен проводиться с учётом пропускной способности пунктов погрузки-выгрузки и согласования времени движения подвижного состава.

Вышеприведённые аналитические модели для рассмотрения этих малых систем не могут применяться (не подходят).

4. Средние системы – совокупность нескольких малых систем различного вида, деятельность которых подчинена общей цели, а технологический процесс доставки подчиняется единому ритму элементов всех систем. Примеры таких систем:

- железобетонные заводы – подвижной состав – потребители продукции заводов;
- контейнерные станции – автомобили – потребители;

- базы снабжения – транспортные средства – получатели товаров и др.

Модели таких систем разрабатываются на основе теории вероятности, в частности одного из её разделов – теории массового обслуживания.

При решении отдельных задач рассматриваемых систем успешно применяется метод статистического моделирования.

*5. **Большие системы*** – это общее число маршрутов перевозки грузов, обслуживаемых подвижным составом одного АТП или объединения. Здесь могут быть представлены системы всех видов, которые имеют:

- общую материальную и техническую базу;
- единое руководство и управление всеми подразделениями;
- единую цель – выполнение перевозок в соответствии с заключёнными договорами.

*6. **Особо большие системы*** – автотранспортные тресты, управления или производственные объединения автомобильного транспорта, имеющие в своём составе несколько больших систем.

Для таких систем разрабатываются описательные модели, содержащие общие сведения о явлениях, происходящих в транспортных системах (модели развития, спрос-предложения и др.).

Описательные модели развития позволяют получить математические функции тренда обычно в виде многочлена

$$y=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n.$$

Функции тренда используются для прогнозирования поведения систем в будущем.

*7. **Суперсистема*** – состоит из множества всех ранее перечисленных систем.

Задачи, решаемые в суперсистеме, охватывают широкий круг вопросов, решаемых на основе всеохватывающей модели. Пример такой системы - это Департамент автомобильного транспорта России.

1.4. Транспортный процесс как система с дискретным состоянием

В условиях практической эксплуатации на каждый автомобиль выдаётся задание с указанием объекта работы, маршрута, количества ездок.

Расчёт выработки производится по следующим зависимостям

$$W_Q=\frac{T_н\cdot q\cdot\gamma\cdot V_т}{l_{ге}+t_{пв}\cdot\beta\cdot V_т},\qquad W_P=\frac{T_н\cdot\gamma\cdot q\cdot\beta\cdot V_т\cdot l_{ге}}{l_{ге}+t_{пв}\cdot\beta\cdot V_т},$$

где $T_н$ – время работы автомобиля (время нахождения в наряде).

Независимо от типа маршрута транспортный процесс в общем виде можно представить как функционирование системы, состоящей из погрузочных пунктов, транспортных средств и разгрузочных пунктов.

Такая система при работе автомобиля последовательно переходит из состояния S_o (не выполнено ни одной ездки) в состояние S_z (когда выполнено некоторое количество ездок и получена транспортная продукция). График изображён на рис.1.

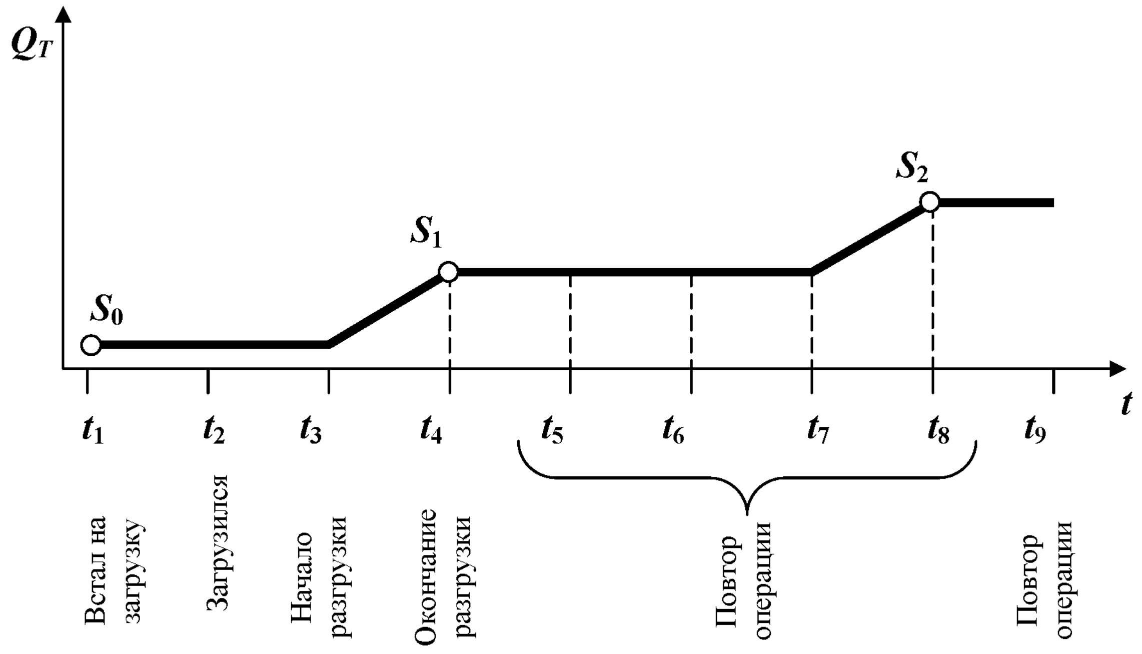


Рис.1. График протекания транспортного процесса

Многие операции процесса развиваются как бы случайно и зависят от причин случайного характера. Переход системы из одного состояния в другое происходит “скачком”. Таким образом, транспортный процесс является процессом с дискретным состоянием.

Применительно к АТП граф протекания транспортного процесса как системы применительно к каждой единице подвижного состава имеет вид, представленный на рис. 2.

Рис. 2. Граф протекания транспортного процесса:
где S_1- выполнена одна ездка;
S_2 - выполнены две ездки;
S_i- выполнено i ездок;
S_n- выполнено n ездок.

Ежесменно (ежесуточно) такая система переходит в первоначальное состояние S_o. Этот процесс может осуществляться с любого состояния S_i.

Следовательно, транспортный процесс - это циклический случайный процесс с дискретным состоянием.

Вопросы для самопроверки по разделу 1

1. Как функционирует транспортная система?
2. Какие бывают режимы и состояния функционирования транспортных систем?
3. Назовите показатели качества функционирования транспортных систем.
4. Как классифицируются транспортные системы? Какие классы транспортных систем вы знаете?
5. Дайте определение понятия “микросистема” и “ особо малая система”.
6. Дайте определение понятия “малая транспортная система”.
7. Дайте определение понятия “средняя транспортная система”.
8. Чем отличаются “ особо малая” и “малая” транспортные системы?

Раздел 2. Формирование спроса и организация производства. Основные технико-эксплуатационные показатели транспортного процесса

Транспортный процесс – это совокупность операций, связанных с перемещением грузов или пассажиров. При грузовых перевозках, например, к таким операциям относятся: приём, взвешивание, упаковка и маркировка грузов, подача подвижного состава к месту погрузки, погрузка, перевозка и выгрузка грузов.

Совокупность погрузки грузов (посадки пассажиров), перевозки грузов (пассажиров) и выгрузки грузов (высадки пассажиров) называется циклом транспортного процесса. При грузовых перевозках расстояние, на которое транспортируют грузы, называется длиной ездки с грузом, при пассажирских перевозках – расстояние поездки пассажиров.

В результате осуществления перевозок совершается транспортная работа, количественно равная произведению веса груза (числа пассажиров) на расстояние перевозки. Эта работа выражена в тонно-километр, при перевозке грузов и пассажирокилометрах. При перевозке пассажиров. Объём транспортной работы определяют посредством замера расстояния перевозок и количества перевезённых грузов или пассажиров.

В практике эксплуатации автомобильного транспорта возникает необходимость не только определять отдельные элементы транспортной работы, но и анализировать степень использования подвижного состава по этим элементам. С этой целью принята определённая система измерителей работы и показателей использования подвижного состава. За любой период времени пребывания в АТП подвижной состав может быть либо технически исправен, либо неисправен.

2.1. Показатели парка подвижного состава

Списочный (инвентарный) парк $A_{и}$- это подвижной состав, числящийся по инвентарным книгам (по балансу) автотранспортного предприятия. Он подразделяется :

- на парк, готовый к эксплуатации $A_{гэ}$,
- парк, требующий ремонта $A_{р}$.

$$A_{и} = A_{гэ} + A_{р}.$$

Готовый к эксплуатации парк $A_{гэ}$ подразделяется на находящийся в эксплуатации $A_{э}$ и находящийся в простое $A_{п}$:

$$A_{гэ} = A_{э} + A_{п} .$$

Каждая единица парка подвижного состава находится в АТП $Д_{и}$ календарных (инвентарных) дней

$$Д_{и} = Д_{э} + Д_{р} + Д_{п},$$

где $Д_{э}$ – дни в эксплуатации,

$Д_{р}$ – дни в ремонте,

$Д_{п}$ – дни в простое.

Автомобиледни есть сумма всех дней нахождения парка подвижного состава в АТП по каждой единице подвижного состава (в эксплуатации, ремонте, простое).

$$АД = \sum_{i=1}^{i=Ai} Д_{i} \quad .$$

Часы работы единицы подвижного состава на линии $T_{н}$ включают:

$$T_{н} = T_{д} + T_{пв} + T_{п} ,$$

где $T_{д}$ – время в движении,

$T_{пв}$ – время простоя под погрузку-выгрузку,

$T_{п}$ – время простоя по техническим и организационным причинам.

Автомобилечасы – показатель времени работы парка на линии $AT_{н}$

$$AT_{н} = \sum_{i=1}^{i=Ди} T_{HI} \quad = A_{тд} + AT_{пв} + AT_{п},$$

где $AT_{д}$ – часы в движении,

$AT_{пв}$ – часы под погрузкой-выгрузкой,

$AT_{п}$ – часы в простое.

2.2. Показатели пробега подвижного состава

Пробег – это расстояние L, проходимое автомобилем,

$$L = L_{р} + L_{х} + L_{н} ,$$

где $L_{р}$ – пробег с грузом или пассажирами,

L_x – пробег от места выгрузки к месту погрузки,

$L_н$ – нулевой пробег (подготовительный пробег для выполнения работы из гаража до бензоколонки и до места погрузки).

Коэффициент использования пробега, характеризующий полезный пробег автомобиля β представляет собой отношение пробега автомобиля с грузом к общему пробегу.

Для единицы подвижного состава

$$\beta = \frac{L_p}{L} ,$$

для всего подвижного состава автотранспортного предприятия

$$\beta = \frac{ALp}{AL},$$

$$\beta = \frac{\sum Lp}{\sum Lp + \sum Lx + \sum Lн} .$$

На величину β оказывают влияние главным образом взаимное расположение погрузочно-разгрузочных пунктов и наличие грузов на них. Наибольшего значения (β = 1) коэффициент достигает в том случае, когда при обслуживании двух погрузочно-разгрузочных пунктов грузы перевозятся автомобилем в обоих направлениях. Конструкция автомобиля также может влиять на коэффициент β .

Это бывает в том случае, когда в обратном направлении грузы нельзя везти из-за неприспособленности автомобиля к данному грузу. Например, в одном направлении на бортовом автомобиле перевозят ящики, а для перевозки в обратном направлении имеются бестарные длинномерные (рельсы) грузы. К таким грузам стандартный бортовой автомобиль не приспособлен, он совершает обратный пробег без груза, что наполовину снижает значение β.

Коэффициент нулевых пробегов ω представляет собой отношение нулевого пробега к общему пробегу:

для единицы подвижного состава

$$\omega = \frac{Lн}{L} ;$$

для всего подвижного состава автотранспортного предприятия

$$\omega = \frac{AL_н}{AL} .$$

Величина ω зависит, прежде всего, от взаимного расположения места стоянки подвижного состава автотранспортного предприятия и погрузо-разгрузочных пунктов, а также порядка и места смены водителей и грузчиков. Однако конструкция автомобиля также может влиять на коэффициент ω. Если запас хода автомобиля или автомобиля-тягача без заправки топливом недостаточен и неизбежны заправки в течение рабочей смены с отклонением от маршрута работы, то может появиться необходимость в нулевом пробеге. Величина этого коэффициента достигает 0,10 – 0,15.

При планировании и анализе деятельности автомобильного транспорта, а также при проектировании автотранспортного предприятия применяют средние показатели: среднесуточный пробег $l_{сс}$ и среднюю длину ездки с грузом.

2.3. Показатели использования подвижного состава

Коэффициент технической готовности $\acute{\alpha}_m$ представляет собой отношение количества дней нахождения подвижного состава в технически исправном состоянии к количеству календарных дней

$$\acute{\alpha}_m = \frac{Дгэ}{Ди},$$

где $Д_{гэ}$ – дни, в которые автомобиль годен к эксплуатации,

$Д_и$ – дни инвентарные.

Этот показатель применяют тогда, когда анализируют работу одного автомобиля за какой-либо период времени.

Техническое состояние всего подвижного состава на данный момент или за день оценивают отношением количества технически исправных единиц подвижного состава к общему их количеству:

$$\acute{\alpha}_m = \frac{Аге}{Аи},$$

где $А_{ге}$ – готовый к эксплуатации парк,

$А_и$ – инвентарный парк.

Для оценки технического состояния всего подвижного состава по предприятию в целом за любой период времени $Д_и$ этот коэффициент имеет выражение

$$\acute{\alpha}_m = \frac{АДге}{АДи},$$

где $АД_{ге}$ – автомобиле-дни, годные к эксплуатации,

$АД_и$ – автомобиле-дни инвентарные.

На величину $\acute{\alpha}_m$ оказывают влияние эксплуатационные и конструктивные факторы. К эксплуатационным факторам относятся: пробег автомобиля за смену или за сутки, дорожные и климатические условия, загрузка автомобиля, квалификация водителя, регулярность и качество технического обслуживания.

Не меньшее влияние на величину $\acute{\alpha}_m$ оказывает конструкция автомобиля и, прежде всего, такие его эксплуатационные качества, как надёжность и долговечность.

В различных условиях величина коэффициента технической готовности колеблется для грузовых автомобилей от 0,75 до 0,90, а для легковых автомобилей и автобусов – от 0,90 до 0,96.

При практическом планировании предполагается, что все технически исправные автомобили находятся в эксплуатации, тогда

$$\acute{\alpha}_m = \frac{АДэ}{АДэ + АДр},$$

где $АД_р$ – автомобиле-дни в ремонте.

Показатель $АД_р$ может быть определён по формуле

$$АД_р = АД_э \cdot l_{сс} \cdot d_у ,$$

где $l_{сс}$ - среднесуточный пробег,

$d_у$ - удельный простой в техническом обслуживании и ремонте, приходящийся на 1000 км пробега.

Степень использования единицы подвижного состава и всего парка для работы на линии оценивается в среднем в течение рабочего времени.

Коэффициент выпуска подвижного состава $\acute{\alpha}_в$. В реальных условиях эксплуатации по указанным выше причинам часть подвижного состава, годного к эксплуатации, может простаивать. Для оценки действительного использования подвижного состава применяют коэффициент выпуска.

Для одной единицы подвижного состава за любой интересующий (календарный) период времени

$$\acute{\alpha}_в = \frac{Дэ}{Ди - Дн} = \frac{Дэ}{Дф},$$

где $Д_э$ – дни в эксплуатации,

$Д_н$ – дни нормированных простоев,

$Д_и$ – дни инвентаризационные (календарные),

$Д_ф$ – дни работы предприятия в соответствии с принятым режимом работы.

Для всего подвижного состава за любой интересующий (календарный) период времени

$$\acute{\alpha}_в = \frac{АДэ}{АДи - АДн} = \frac{АДэ}{АДф},$$

где $АД_н$ – автомобиле-дни нормированных простоев.

Коэффициент использования подвижного состава $\acute{\alpha}_и$.

Помимо оценки использования подвижного состава по выпуску его на линию, в реальных условиях эксплуатации часто возникает необходимость оценки использования за весь календарный период времени, в который включаются и нерабочие дни предприятия. За интересующий период времени для одной единицы подвижного состава он равен

$$\acute{\alpha}_и = \frac{Дэ}{Ди} = \frac{Дэ}{Дэ + Др + Дп}.$$

Для всего парка подвижного состава за $Д_и$ календарных дней

$$\acute{\alpha}_и = \frac{АДэ}{АДи} = \frac{АДэ}{АДэ + АДр + АДп},$$

где $Д_п$, $АД_п$ – дни и автомобиле-дни в нормированном простое по организационно-техническим причинам.

На величину коэффициентов $\acute{\alpha}_в$ и $\acute{\alpha}_и$ оказывает влияние большее количество факторов, чем на $\acute{\alpha}_т$. Во-первых, на эти коэффициенты влияют все те факторы, от которых зависит $\acute{\alpha}_т$. Во-вторых, влияют такие факторы, как недостаточная проходимость автомобиля по размокшим дорогам, по дорогам заснеженным или засыпанным слоем песка после песчаной бури. Причиной понижения $\alpha_в$ и $\alpha_и$ может явиться также неприспособленность конструкции автомобиля к перевозке имеющегося вида груза. Поэтому величина $\alpha_и$ колеблется в более широких пределах - от 0,5 до 0,9.

Коэффициент использования времени суток ρ. Чтобы определить, в какой мере был использован подвижной состав в течение суток, последние разделяют на время пребывания подвижного состава в наряде и время простоя в автотранспортном предприятии, соответственно обозначаемые через $T_н$ и $t_п$ для одной единицы подвижного состава и через $AT_н$ и $At_п$ для всего автомобильного парка. Тогда баланс времени суток для одной единицы подвижного состава за одни сутки

$$24 = T_н + t_п,$$

для всего подвижного состава за любой период времени

$$24AД_э = AT_н + At_п.$$

Коэффициент использования времени суток ρ есть отношение времени пребывания автомобиля в наряде ко времени, выраженному в часах за эксплуатационные дни.

Для одной единицы подвижного состава за одни сутки

$$\rho = T_н/24.$$

Для всего подвижного состава автотранспортного предприятия за любое количество эксплуатационных дней

$$\rho = \frac{ATн}{24AДи\alpha_и}.$$

На величину ρ оказывает влияние количество смен работы в сутки. Чем больше смен работы, тем больше ρ. Большое влияние на ρ оказывает надёжность автомобиля.

Если дефект вызывает простой, измеряемый днями, это находит отражение в коэффициентах выпуска и использования парка подвижного состава. Если же дефект устраняется в течение суток с возвратом автомобиля с линии и при этом он простаивает на предприятии какую-то часть времени суток, то коэффициенты $\alpha_в$ и $\alpha_и$ этот простой не учитывают. Для учёта такого простоя и других видов простоев в течение суток введён коэффициент ρ.

Коэффициент использования рабочего времени δ.

Он позволяет оценить, как используется подвижной состав за время работы на линии.

В течение $T_н$ подвижной состав может находиться в движении или же простаивать. Простой может быть вызван погрузкой или разгрузкой, техническими неисправностями или организационными причинами (например, задержкой в оформлении документов):

$$T_н = t_д + t_п = t_д + t_{п\text{-}р} + t_{тн} = t_{оп},$$

где $t_п$ - часы простоя;

$t_д$ - часы движения;

$t_{п\text{-}р}$ - часы простоя под погрузкой и разгрузкой;

$t_{тн}$ - часы простоя по техническим неисправностям;

$t_{оп}$ - часы простоя по организационным причинам.

Коэффициент использования рабочего времени представляет собой отношение времени движения автомобиля ко времени пребывания в наряде. Для одной единицы подвижного состава он равен

$$\delta = \frac{t_д}{T_н};$$

для всего подвижного состава за любой период времени

$$\delta = \frac{At_д}{AT_н} = \frac{At_д}{24АД_и\alpha_и\rho}.$$

Конструкция автомобиля оказывает большое влияние на коэффициент использования рабочего времени. При недостаточной надёжности автомобиля возрастают простои на линии по техническим неисправностям. При плохой проходимости автомобиля, в случае его остановки из-за буксования колёс, уменьшается время движения. Недостаточное удобство погрузки и разгрузки, плохая маневренность, тяжёлое рулевое управление, неприспособленность к укрытию и увязке грузов увеличивают время пребывания автомобиля на погрузочно-разгрузочных пунктах, что снижает величину δ.

Расстояние, пройденное единицей подвижного состава за определённый период времени, называется пробегом и обозначается через $L_{об}$. Пробег с грузом $L_г$ является производительным, а пробег без груза – непроизводительным, и он подразделяется на негружёный L_x и нулевой $L_н$ пробеги.

Под негружёным понимают пробег без груза в течение рабочей смены от пункта разгрузки до пункта следующей погрузки.

Под нулевым пробегом понимают пробег подвижного состава от места его стоянки в межсменное время до пункта погрузки в начале работы и от пункта разгрузки до места стоянки в конце работы. К нулевым также относятся пробеги, связанные с заездами в течение рабочей смены в автотранспортное предприятие для смены водителей или грузчиков, на заправочную станцию для заправки автомобиля топливом и т. д.

Для всего парка автомобилей аналогичные пробеги выражаются в автомобиле-днях и обозначаются соответственно AL, $AL_г$, AL_x, $AL_н$.

2.4. Средние длины гружёной ездки и скорости движения

Законченный комплекс операций, необходимый для доставки грузов или пассажиров называется *циклом транспортного процесса*.

На автомобильном транспорте под циклом понимается ездка, время которой $t_е$ включает

$$t_е = t_п + t_{ге} + t_в + t_{хх},$$

где $t_п$- время погрузки,

$t_{ге}$- время ездки с грузом,

$t_в$- время выгрузки,

t_{xx}- время движения без груза на холостом ходу.

Средняя длина ездки с грузом $l_{ге}$ называется средним арифметическим значением всех длин ездок с грузом (отношением пробега автомобиля с грузом к числу ездок с грузом Z_e):

$$\bar{l}_{ге} = \frac{l_{ге} + l_{ге2} + ... + l_{гez}}{Z_e} = \frac{\sum_1^z l_{геi}}{Z_e},$$

где Z_e – число ездок с грузом,

$L_{ге1}...l_{гez}$- длины ездок с грузом, км.

Среднее расстояние перевозок $\bar{l}_q$ определяет среднюю дальность перевозки каждой тонны груза:

-за одну ездку

$$\bar{l}_q = \frac{Q_ф l_{ге}}{Q_ф},$$

-за несколько ездок

$$\bar{l}_q = \frac{\sum_1^i (Q_ф l_{ге})_i}{\sum_1^i Q_{фi}},$$

где Q $_{фi}$ - груз, перевезённый за одну ездку.

Величины $\bar{l}_{ге}$ и $\bar{l}_q$ в общем случае не совпадают.

Частота выполнения перевозок определяется

$$P_i = \frac{Q_i}{\sum_1^i Q_i} = \frac{Z_{ei}}{\sum Z_{ei}}.$$

По частоте можно найти значение величины среднего квадратичного отклонения σ, характеризующее отклонение $\bar{l}_{ге}$ от среднего значения:

$$\Sigma = \sqrt{\sum \left(l_{геi} - \bar{l}_{ге} \right)^2 P_i}.$$

В различные рабочие дни средняя длина гружёной ездки будет принимать значение в пределах

$$l_{геc} = \bar{l}_{ге} \pm \sigma.$$

В различные дни может наблюдаться избыток или недостаток транспортных средств в АТП.

<u>Среднетехническая скорость</u> – это средняя скорость движения транспортных средств на данном расстоянии с учётом кратковременных простоев и задержек в зависимости от условий движения. На среднетехническую скорость влияют:

- качество автомобиля, плавность хода, динамичность, устойчивость, маневренность, проходимость автомобиля;
- техническое состояние автомобиля;
- дорожные условия (интенсивность движения, ширина проезжей части, освещённость дороги, радиусы кривых, величины уклонов, регулирование движения и т.д.);
- организация перевозок (длина ездки, частота остановок, использование грузоподъёмности и пробега, характер груза, способ его укладки и т. д.).

Среднетехническая скорость рассчитывается по формуле

$$V_m = L \ \frac{AL_{общ}}{АД_и \alpha_и 24\beta\delta} \ ,$$

где $AL_{общ}$- общий пробег, выполняемый или подлежащий выполнению всеми автомобилями;

β – коэффициент использования времени суток, учитывающий ту часть времени из 24 часов, когда транспортное средство находится на линии;

δ – коэффициент использования рабочего времени.

Технические нормативные скорости движения $V_{тн}$ установлены на автомобильном транспорте в зависимости от типа дорожного покрытия и грузоподъёмности подвижного состава.

Средняя эксплуатационная скорость – это условная скорость движения транспортных средств за время нахождения в наряде

$$V_э = \frac{L}{T_{дв} + T_п},$$

где $T_{дв}$- время в движении,

$T_п$ - время в простое (погрузка-выгрузка, технические причины, маневрирование и т. д.).

Средние технические и эксплуатационные скорости связаны между собой

$$V_э = V_m \cdot \delta,$$

где δ – коэффициент использования рабочего времени.

На среднюю эксплуатационную скорость влияют как динамичность, плавность движения, устойчивость и управляемость автомобиля, так и те эксплуатационные качества, от которых зависит δ, т.е. надёжность, маневренность, проходимость, удобство погрузки и разгрузки и т. д.

Скорость сообщения – средняя скорость движения грузов или пассажиров за всё время нахождения их в пути. Это время исчисляется с момента начала погрузки грузов или посадки пассажиров в пункте отправления до момента окончания их выгрузки или высадки в пункте назначения

$$V_c = \frac{L}{T_{дв} + T_{по}},$$

где $T_{по}$- время промежуточных остановок на маршруте для погрузки и выгрузки грузов или пассажиров.

На величину V_c конструкция автомобиля оказывает влияние как своей способностью развивать высокую техническую скорость, так и приспособленностью к проведению операций по погрузке и выгрузке грузов или высадке пассажиров.

2.5. Грузоподъёмность подвижного состава

Номинальная грузоподъёмность автомобиля ***q*** устанавливается заводом-изготовителем и является важнейшим показателем автомобиля.

АТП имеет разные автомобили, поэтому в эксплуатационных расчётах применяют *среднюю* величину грузоподъёмности по АТП, которую рассчитывают

$$\bar{q} = \frac{\sum A_i q_i}{\sum A_i},$$

где ΣA_i – численность автопарка,

q_i - номинальная грузоподъёмность каждого i-го автомобиля.

Использование грузоподъёмности подвижного состава оценивается *коэффициентом использования грузоподъёмности.*

Различают статический и динамический коэффициенты.

<u>Коэффициент статического использования грузоподъёмности</u> $\boldsymbol{\gamma_c}$- равен отношению массы фактически перевезённого за одну ездку груза $\boldsymbol{Q_ф}$ к грузоподъёмности транспортного средства ***q***.

Для одного автомобиля

$$\gamma_c = \frac{Q_ф}{q}.$$

Для всего парка за любое время

$$\gamma_c = \frac{\sum_1^{Z_e} Q_{фi}}{\sum_1^{Z_e} q_i}.$$

<u>Коэффициент динамического использования грузоподъёмности</u> $\boldsymbol{\gamma_д}$ - это отношение числа фактически выполненных тонно-километров к числу тонно-километров, которые могли быть выполнены при полном использовании грузоподъёмности автомобиля:

$$\gamma_д = \frac{\sum \left(Q_ф \cdot l_{ге}\right)_i}{\sum \left(q \cdot l_{ге}\right) i}.$$

Коэффициент $\gamma_д$ по сравнению с γ_c дополнительно учитывает расстояния, на которых использовалась грузоподъёмность автомобиля. Пользоваться только одним показателем γ_c, не определяя $\gamma_д$, можно в трёх случаях: когда автомобиль сделал только одну ездку, когда расстояния перевозок на каждую ездку равны и когда равны количества перевозимых грузов за каждую ездку. В таких случаях перевозок имеет место равенство коэффициентов.

При <u>автобусных перевозках</u> степень использования автобусов оценивается двумя коэффициентами: коэффициентом наполнения $\boldsymbol{\gamma_н}$ и коэффициентом сменности $\eta_{см}$.

Коэффициент наполнения автобуса равен

$$Г_н = \frac{N_n}{n_a},$$

где N_n - количество пассажиров, единовременно находящихся в автобусе;

n_a - номинальное число посадочных мест в автобусе.

При городских перевозках в него включают как места для сидения, так и для поездки стоя. При загородных перевозках в $\boldsymbol{n_a}$ включают только места для сидения пассажиров.

Коэффициент сменности $\boldsymbol{\eta_{см}}$ показывает, какое количество пассажиров перевозится на одном пассажирском месте (по номинальной вместимости) за один рейс, т. е. за пробег автобуса от начального до конечного пункта его маршрута движения. Определяют этот коэффициент по формуле:

$$\eta_{см} = \frac{L_м}{L_{еп}},$$

где $L_м$- длина маршрута, км;

$L_{еп}$- среднее расстояние поездки одного пассажира, равное среднеарифметическому значению всех расстояний поездок пассажиров за рейс, км.

$$L_{еп} = \frac{\sum L_{пi}}{Q_п},$$

где $\sum L_{пi}$ - общее расстояние поездок всех пассажиров;

$Q_п$ - количество перевезённых пассажиров.

Количество перевезённых пассажиров определяется по проданным билетам. При перевозках легковыми и грузовыми автомобилями-такси степень их использования оценивается *коэффициентом платного пробега* $\boldsymbol{\beta_e}$

$$\beta_e = \frac{L_п}{L},$$

где L – общий пробег автомобиля-такси, км;

$L_п$ - оплаченный пробег, определяемый по таксометру, км.

2.6. Производительность подвижного состава

Под производительностью подвижного состава автомобильного транспорта понимается количество транспортной продукции, выработанной за один час единицей или парком подвижного состава. Производительность всего парка грузовых автомобилей определяют по группам однотипных (равной грузоподъёмности или пассажировместимости) автомобилей.

Под производительностью рабочего парка грузовых автомобилей понимают количество выполненных тонно-километров за один автомобилечас пребывания автомобилей на линии

$$W_u = \frac{\sum U_i}{AT_н},$$

где $\sum U_i$ - количество выполненных тонно-километров;

$AT_н$ - автомобилечасы пребывания в наряде для данной группы автомобилей за рассматриваемый период времени.

Время $T_н$ может быть выражено через календарные дни и соответствующие коэффициенты

$$AT_н = 24АД_и\alpha_и\rho.$$

Транспортная работа может быть выражена как произведение номинальной грузоподъёмности автомобиля и пробега с грузом с учётом коэффициента динамического использования грузоподъёмности

$$\sum U_i = qAL_г\gamma_д.$$

Известно, что

$$AL_e = AL\beta,$$

следовательно,

$$\sum U_i = AL\beta q\gamma_д.$$

Общий пробег AL может быть выражен как произведение времени движения в автомобилечасах и технической скорости

$$AL = At_д v_m.$$

Автомобилечасы движения также могут быть выражены через календарные дни и соответствующие коэффициенты

$$At_д = 24АД_и\alpha_и\rho\delta,$$

тогда

$$AL = 24АД_и\alpha_и\rho\delta v_m.$$

Окончательное выражение транспортной работы будет

$$\sum U_i = 24АД_и\alpha_и\rho\delta v_m \beta q\gamma_д.$$

Подставляя выражение времени пребывания в наряде и работы в формулу производительности, после сокращения получим

$$W_и = \delta\beta v_m q\gamma_д.$$

Подсчитать или проанализировать всесторонне производительность по последней формуле не представляется возможным, поскольку в ней нет важных элементов: расстояния перевозок и времени простоя автомобиля под погрузкой-разгрузкой. Они скрыты в коэффициенте **δ**. Ранее при рассмотрении этого коэффициента было выяснено, что

$$\delta = \frac{t_д}{T_н} = \frac{t_д}{t_д + t_п} = \frac{1}{1 + \frac{t_п}{t_д}}.$$

Из предыдущего также известно, что

$$t_п = t_{п\text{-}р} + t_{тн} + t_{оп}.$$

При правильной организации работы автомобильного транспорта простои по техническим неисправностям и по организационным причинам не должны быть. Примем, что эти простои отсутствуют, тогда

$$t_п = t_{п\text{-}р}.$$

Величина $t_{п-р}$ учитывает время простоя автомобиля под погрузкой и разгрузкой за всё время пребывания в наряде. Однако по ней нельзя судить, хорошо или плохо были организованы погрузо-разгрузочные работы или в какой степени конструкция автомобиля приспособлена к проведению этих операций, так как не известно число ездок. Выразив $t_{п-р}$ через время простоя $t^1_{п-р}$ за одну ездку и число ездок, получим

$$t_п = t^1_{п-р} Z_е.$$

Время движения $t_д$ можно представить как отношение пробега к скорости движения

$$t_д = \frac{L}{v_т} = \frac{L_т}{\beta v_т}.$$

Выразив общий пробег с грузом через среднее расстояние ездки с грузом и число ездок, получим

$$L_е = L_{ее} Z_е,$$

тогда

$$t_д = \frac{L_{ге} Z_е}{\beta v_т}.$$

Подставляя значения $t_п$ и $t_д$ в выражение для δ, получим

$$\delta = \frac{1}{1 + \dfrac{t^1_{п-р} Z_е}{\dfrac{L_{ге} Z_е}{\beta v_т}}}.$$

Подставляя значение δ в выражение производительности и, поделив числитель и знаменатель на произведение $\beta v_т$, получим окончательную формулу производительности рабочего парка автомобилей ($W_и$, т·км/авт.·ч)

$$W_и = \frac{q\gamma_д}{\dfrac{1}{\beta v_т} + \dfrac{t^1_{п-р}}{L_{ге}}}.$$

<u>Производительность инвентарного или списочного парка автомобилей</u> ($W_и^1$,т·км/авт.·ч) представляет собой количество тонно-километров, выработанных за инвентарный час или за час интересующего календарного периода времени. Эту производительность определяют из того же основного выражения, путём замены в знаменателе часов пребывания в наряде ($24АД_и\alpha_и\rho$) инвентарными часами ($24АД_и$).

$$W_и^1 = \alpha_и \rho \delta v_т q \gamma_д \beta.$$

Заменяя δ аналогично тому, как это было сделано выше, окончательно получим

$$W_и^1 = \frac{\alpha_и \rho q \gamma_0}{\dfrac{1}{\beta v_т} + \dfrac{t^1_{п-р}}{L_{ге}}}.$$

В ряде особых условий работы учитывать пробег автомобилей с грузом затруднительно, а поэтому и нецелесообразно, например, при внутризаводских перевозках с большим количеством ездок за смену на коротких расстояниях. В этих условиях часовую производительность определяют в тоннах.

Производительность рабочего парка автомобилей (W_Q, т/авт.·ч) в этом случае определяют по формуле

$$W_Q = \frac{q\gamma_c}{\dfrac{L_{ге}}{\beta v_m} + t^1_{п-р}}.$$

Надёжность и долговечность автомобиля, его приспособленность к техническому обслуживанию находит своё отражение в формуле через $\alpha_и$ и ρ, приспособленность к погрузочно-разгрузочным работам – через $t_{п-р}$, приспособленность кузова к размещению в нём грузов (грузоёмкость) – через $\gamma_д$ и частично через β, тяговая и тормозная динамичность – через v_m.

<u>Производительность при автобусных перевозках.</u> При автобусных перевозках законченным циклом транспортного процесса является рейс, под которым понимается весь комплекс транспортных операций, совершающихся за пробег автобуса от начального до конечного пунктов маршрута $L_м$.

Время рейса $t_{рс}$ складывается из времени движения $t_д$ и времени остановок $t_{ос}$ для посадки и высадки пассажиров

$$t_{рс} = t_д + t_{ос} = \frac{L_м}{v_m} + t_{ос}.$$

Производительность автобуса W_a определяется количеством выполненных пассажиро-километров или перевезённых пассажиров за час работы на линии.

Транспортная работа автобуса в пассажиро-километрах за один рейс $U_{ар}$ может быть выражена уравнением

$$U_{ар} = Q_{пр} L_{ен},$$

где $Q_{пр}$- количество пассажиров, перевезённых за один рейс.

Количество перевезённых пассажиров определяют по формуле

$$Q_{пр} = n_a \gamma_н \eta_{см}.$$

Тогда $$U_{ар} = n_a \gamma_н \eta_{см} L_{ен}.$$

Подставляя вместо $\eta_{см}$ его выражение, получим окончательно:

$$U_{ар} = n_a \gamma_н L_м.$$

Тогда W_a, пасс·км/ч равно

$$W_a = \frac{U_{ар}}{t_{рс}} = \frac{n_a \gamma_н L_м}{\dfrac{L_м}{v_m} + t_{ос}},$$

или

$$W_a = \frac{n_a \gamma_н}{\dfrac{1}{v_m} + \dfrac{t_{ос}}{L_м}}.$$

Из формулы видно, что, чем больше техническая скорость $v_т$ и меньше время на посадку и высадку пассажиров $t_{ос}$, тем выше производительность автобуса. Это означает, что производительность автобуса зависит от тех конструктивных факторов, которые влияют на $v_т$ и $t_{ос}$ (динамики разгона и торможения, удобства входа пассажиров в автобус и выхода из него и др.).

2.7. Себестоимость перевозок

Себестоимость перевозок наряду с производительностью является основным показателем работы автомобильного транспорта. Единицами измерения себестоимости являются: при грузовых перевозках – себестоимость 1 т·км, при автобусных перевозках – себестоимость 1 пасс·км и при таксомоторных перевозках – себестоимость одного платного километра пробега или одного автомобилечаса (при почасовой оплате за автомобиль – такси).

Себестоимость может быть определена по окончании перевозок по фактически выработанной транспортной продукции и затратам на данные перевозки или расчётным путём. Расчёты применяют при проектировании автотранспортных предприятий или планировании перевозок.

По фактическим данным себестоимость 1 т·км $C_{ртк\text{м}}$ (руб/т·км) при грузовых перевозках определяют по формуле

$$C_{ртк\text{м}} = \frac{\sum P_i}{\sum U_i},$$

где $\sum U_i$ - объём выполненной работы, т·км;

$\sum P_i$ - сумма всех расходов автотранспортного предприятия, руб.

Методика определения ΣU_i была изложена выше при выводе уравнения производительности. Общая сумма всех расходов может быть представлена в следующем виде:

$$\sum P_i = P_{пер} + P_{пос} + P_{п\text{-}р} + P_д,$$

где $P_{пер}$- переменные расходы, руб.

$P_{пос}$- постоянные расходы, руб.

$P_{п\text{-}р}$- расходы, связанные с погрузочно-разгрузочными работами, руб.

$P_д$- дорожные расходы, руб.

Переменными называются расходы, зависящие от количества выработанной продукции, т. е. от величины пробега и количества перевезённых грузов. К ним относятся затраты на топливо, смазочные и другие эксплуатационные материалы, затраты на техническое обслуживание и текущий ремонт подвижного состава. Сюда же относятся амортизационные отчисления.

Постоянными называются расходы, которые не зависят от величины пробега и от того, совершаются перевозки или нет. Постоянные расходы не связаны непосредственно с работой подвижного состава и разделяются на следующие три группы: административно-управленческие, общепроизводственные и расходы на содержание вышестоящих организаций. Заработная плата водителей также условно относится к постоянным расходам.

Расходы на погрузку и разгрузку включают оплату труда грузчиков и машинистов погрузочно-разгрузочных машин, расходы на эксплуатационные материалы, ремонт и техническое обслуживание погрузо-разгрузочных машин.

Дорожными расходами являются расходы, связанные со строительством, содержанием и ремонтом дорог (дорожная составляющая).

Расходы на погрузочно-разгрузочные работы учитывают только в том случае, если эти работы выполняются силами автотранспортного предприятия.

Из последнего выражения себестоимости видно, что она тем ниже, чем больше транспортная работа $\sum U_i$. Чтобы выяснить влияние конструкции автомобиля на себестоимость перевозок, подставим ранее полученное выражение транспортной работы в выражение себестоимости

$$C_{рткм} = \frac{\sum P_i}{24 А Д_и \alpha_и \rho \delta v_т \beta q \gamma_д}.$$

Очевидно, конструкция автомобиля оказывает влияние на себестоимость через v_m и все входящие в уравнение коэффициенты использования подвижного состава, которые зависят от конструкции автомобиля.

Вопросы для самопроверки по разделу 2

1. Назовите технико-эксплуатационные показатели, описывающие работу подвижного состава.
2. Дайте определение термина “средняя техническая скорость”. Как данный показатель влияет на выработку подвижного состава?
3. Дайте определение терминов “ длина ездки с грузом” и “коэффициент использования пробега”, и их влияния на выработку подвижного состава?
4. Дайте определение понятий “грузоподъёмность” и “ коэффициент использования грузоподъёмности”. Как влияют данные показатели на выработку подвижного состава?
5. Как влияет показатель “время простоя под погрузкой-разгрузкой” на выработку подвижного состава?
6. Какие модели расчёта транспортных систем вы знаете?

Раздел 3. Функционирование транспортных систем

3.1. Системное описание транспортных систем и процессов

К микросистемам относятся маятниковые маршруты с обратным негружённым пробегом и одним работающим автомобилем. Математическая модель функционирования микросистемы включает:

- время ездки транспортного средства

$$t_e = t_n + t_{ге} + t_в + t_x,$$

где t_n- погрузка,

$t_{ге}$- движение с грузом,

$t_в$ - выгрузка,

t_x - холостой ход (движение без груза);

- длину маршрута

$$L_M = l_{ге} + l_x;$$

- время оборота (ездки)

$$t_o = t_e = \frac{2l_{ге}}{V_m} + t_{пв} = \frac{l_м}{V_m} + t_{пв},$$

где V_m - среднетехническая скорость,

$t_{пв}$ - время простоя под погрузкой и выгрузкой за одну ездку.

Исходя из принципа дискретного выполнения числа ездок за время работы системы, получаем максимальное число ездок автомобиля

$$Z_{e\max} = \frac{T_c}{t_e} + Z_e^1,$$

где T_c - время работы системы,

Z_e^1 - дополнительная ездка (часть ездки).

Число ездок может быть только целым. При наличии дополнительной ездки фактическое время пребывания автомобиля в наряде будет больше планового времени работы системы.

Количество вывезенного груза Q и выполненная транспортная работа P равны:

- за одну ездку

$$Q = q \cdot \gamma; \qquad P = q \cdot \gamma \cdot l_{ге};$$

- за время нахождения в наряде $T_н$

$$Qc = q \sum^{Z_{\max}} \gamma_i; \qquad Pc = q \sum^{Z_{\max}} \gamma_i l_{гei},$$

где γ – коэффициент использования грузоподъёмности.

Производительность подвижного состава

$$W_Q = \frac{q\gamma\beta V_m}{l_{ге} + t_{пв}\beta V_m}, \qquad W_P = \frac{l_{ге} q\gamma\beta V_m}{l_{ге} + t_{пв}\beta V_m},$$

где β – коэффициент использования пробега,

$t_{пв}$ - время нахождения под погрузкой-выгрузкой.

3.2 Описание функционирования автотранспортных систем доставки грузов

К особо малым системам относятся маятниковые и кольцевые маршруты с частичной или полной загрузкой автомобиля на маршруте и одним работающим автомобилем.

Математическая модель функционирования особо малой системы включает в себя:

- время выполнения i-й ездки

$$T_{ei}=\frac{l_{гei}}{V_{mi}}+t_{пв} ;$$

- среднее время ездки

$$\bar{t}_e=\frac{\sum^{n} t_{ei}}{n} ,$$

где n – число ездок за один оборот;

- максимальное число ездок, исходя из принципа дискретности транспортного процесса, равно

$$Z_{emax}= \left|\frac{T_м}{t_0}\right|\cdot n+Z^1_e ,$$

где n – число ездок за оборот,

t_0- время одного оборота,

Z_e^1- дополнительная ездка (или часть её),

$T_м$- время работы системы;

- после вычисления целого числа оборотов $\left|\frac{T_м}{t_0}\right|$ может иметь место остаток времени, $\Delta T_м=T_м-\left|\frac{T_м}{t_0}\right|t_0$.

Дополнительное число ездок Z_e^1 за остаток времени $\Delta T_м$ может составлять 0…К в зависимости от конкретного случая.

Фактическое время пребывания автомобиля в наряде составит

$$T_{факт}=\left|\frac{T_м}{t_0}\right|\cdot t_0+\sum_1^{Z_e} t_{ej}+\frac{l_{н1}+l_{н2}}{V_m}-\frac{l_{xz}}{V_m} ,$$

где t_{ej}- время затраченное на выполнение j-й ездки на последнем обороте, ч;

$l_{н1}$, $l_{н2}$- величина нулевого пробега при выезде и возвращении автомобиля с маршрута, км;

l_{xz}- длина холостой ездки на последнем обороте.

Время одного оборота составит

$$T_0=\frac{l_{ге}}{\beta\cdot V_m}+t_{пв}=\frac{2l_{ге}}{V_m}+\sum^{n} t_{пв}=\frac{l_м}{V_m}+\sum^{n} t_i .$$

Количество груза, перевезённое автомобилем за время нахождения в наряде

$$Q=q\cdot\sum^{Z_{e\max}}\gamma_i\ .$$

Выполненная транспортная работа

$$P=q\sum^{Z_{e\max}} l_{zei}\cdot\gamma_i\ .$$

Малая транспортная система является совокупностью микро - и особо малой систем. К ней относятся кольцевые и маятниковые маршруты различных типов с несколькими работающими. Особенностью малой транспортной системы является независимое функционирование автомобиля от работы на других маршрутах, т. е. системы изолированы друг от друга.

Пропускная способность погрузо-разгрузочных пунктов достаточна для бесперебойного обслуживания работающих на маршруте автомобилей.

Математическая модель функционирования малой системы включает:

- интервал движения автомобилей I

$$I=\frac{t_0}{A_м},$$

где t_0- время оборота автомобиля,

$A_м$- число автомобилей на маршруте.

Ритм работы R пункта – период времени между отправлениями двух последовательно уходящих из пункта загруженных или выгруженных автомобилей.

$$R=\frac{t_{n(в)}}{x_{n(в)}}\quad ,$$

где $t_{n(в)}$- время загрузки (выгрузки) автомобиля,

$x_{n(в)}$- число загрузочных (разгрузочных) постов на пункте.

Если I=R, то можно записать:

$$\frac{t_{n(в)}}{x_{n(в)}}=\frac{t_0}{A_м}.$$

Необходимое число постов пункта для бесперебойного обслуживания при заданном числе автомобилей составляет

$$X_{n(в)}=t_{n(в)}\cdot\frac{A_м}{t_0}.$$

При задержках работы постов ритм работы пункта превышает интервал движения автомобилей и возникает простой автомобилей $\Delta t = R\text{-}I$.

После подстановки значение Δt_n для пункта погрузки будет составлять

$$\Delta t_n=\frac{t_n\cdot A_м\cdot V_m-x_n\cdot l_0-x_n t_{nв}\cdot V_m}{x_n\cdot A_м\cdot V_m}.$$

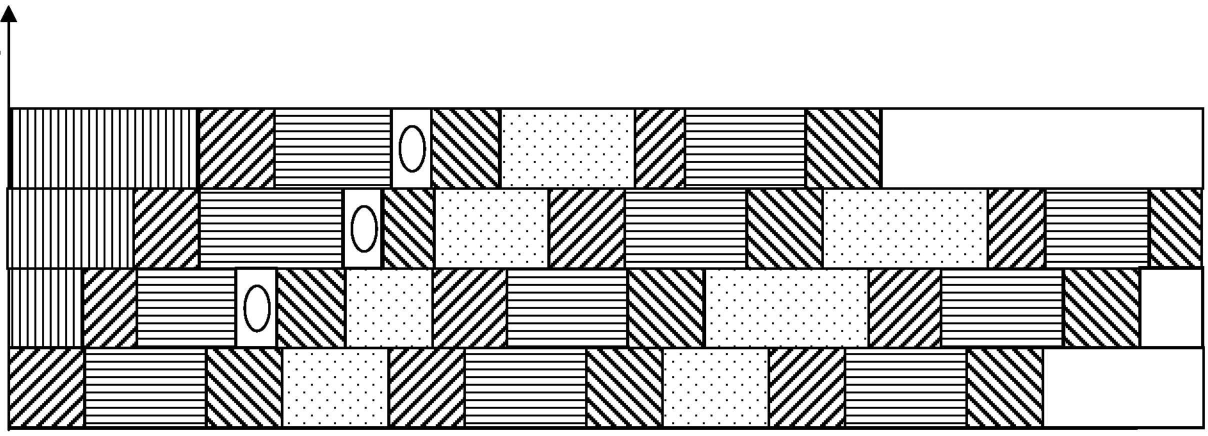
Для пункта выгрузки значение Δt_g составит

$$\Delta t_g=\frac{t_в\cdot A_м\cdot V_m-x_в l_0-x_в\cdot t_{nв}\cdot V_m}{x_в\cdot A_м\cdot V_m}.$$

Вышеприведённые величины Δt_n и Δt_g относятся к простою в ожидании загрузки (выгрузки) второго прибывшего в пункт автомобиля. Первый автомобиль такого простоя не имеет.

Величина $\Delta t_{n(g)n}=\Delta t(n-1)$.

Если выпуск автомобилей организован в соответствии с ритмом работы погрузочного поста, а время разгрузки больше времени погрузки, то очередь транспортных средств будет образовываться в пункте разгрузки. На рис. 3 представлен график работы автомобилей при одновременном их выпуске.



- ожидание первой погрузки

- простой под погрузкой

- движение с грузом

- простой под разгрузкой

- движение без груза

- простой в ожидании разгрузки

- не использованное время в наряде

Рис. 3. График работы автомобилей при одновременном их выпуске

Если организовать выпуск в соответствии с *наибольшей длительностью обслуживания в одном из пунктов*, то очереди автомобилей не будет, но будут наблюдаться неизбежные потери времени системой (простои погрузочно-разгрузочных механизмов) в ожидании какой-либо операции.

Если организовать выпуск автомобилей с интервалом, меньшим ритма работы системы, то они будут простаивать в ожидании погрузки или разгрузки.

На практике пункты погрузки и разгрузки, как правило, одновременно начинают и заканчивают работу. В этом случае пункт разгрузки будет простаивать в ожидании 1-го автомобиля. Время, необходимое на его погрузку и движение с грузом между пунктами будет равно

$$t_g^{np} = t_n + \frac{l_{ге}}{V_m}.$$

В этом случае минимально необходимое время, которое определяет возможность совершения последней ездки в системе, вычисляется по формуле:

$$t_{епосл} = t_n + \frac{l_{ге}}{V_m} + t_в .$$

В этом случае минимальные потери времени работы погрузочного пункта в конце смены определяются по следующей формуле:

$$T_n^{np} = \frac{l_{ге}}{V_m} + t_в .$$

В случае некратности времени оборота автомобиля на маршруте ритму работы системы, невозможно полностью исключить простои участников транспортного процесса.

Если исключить простои автомобилей, то каждый из грузоперерабатывающих пунктов после обслуживания последнего выпущенного на линию автомобиля будет простаивать в ожидании возврата первого автомобиля $t_{n(в)}^{ож}$

$$t_{(в)}^{ож} = t_0 - AR,$$

где A – число выпущенных в систему автомобилей,

R – ритм работы пункта.

Полное время оборота будет определяться временем выполнения элементов транспортного процесса.

$$t_0^1 = t_0 = \frac{2l_{ге}}{V_m} + t_n + t_в .$$

Максимальное количество автомобиле-заездов Z_{emax}, обслуженное погрузочно-разгрузочным пунктом определяется

$$Z_{емах} = \frac{T_c - \frac{l_{ге}}{V_m} - t_в + t_n^{ож}(Z_{ei} - 1)}{R},$$

где Z_{ei}- число заездов первого выпущенного на линию автомобиля в пункт погрузки.

Время пребывания в системе i-го автомобиля $T_{мi} = T_c - R(i\text{-}1)$,

$$Z_{ei} = \left|\frac{T_{мi}}{t_0}\right| + Z_{ei}^1,$$

где T_c - время работы системы,

Z_{ei}^1 - число ездок i-го автомобиля за оставшееся время на последнем обороте.

Объём перевозимого груза за время работы системы T_c при обслуживании автомобилей одинаковой грузоподъёмности будет равен

$$Q = q \cdot \gamma \cdot Z_{emax} .$$

Транспортная работа равна

$$P = q \cdot \gamma \cdot l_{ге} \cdot Z_{emax} .$$

Если в системе работают $A_э$ автомобилей, то они за смену выполнят

$$Q = \sum_{1}^{A_э} q_i \cdot \gamma_i \cdot \frac{T_c - R(i-1)}{\frac{2l_{ге}}{V_т} + t_{пв}} + \sum_{1}^{A_э} q_i \cdot \gamma_i \cdot Z_{ei}^{1} .$$

Вопросы для самопроверки по разделу 3

1. Как изменяется выработка подвижного состава в реальных транспортных системах? Какой функцией она описывается?
2. Как рассчитать работу подвижного состава в микросистеме, используя целочисленную модель?
3. Как рассчитать работу подвижного состава в особо малой транспортной системе?
4. Почему на графиках зависимости выработки подвижного состава от технико-эксплуатационных показателей имеются интервалы с постоянной выработкой?
5. Может ли выработка уменьшаться при увеличении грузоподъёмности подвижного состава?
6. В чём особенность работы подвижного состава в малой транспортной системе?

Раздел 4. Моделирование транспортных систем. Математические методы решения автотранспортных задач

4.1. Основные понятия моделирования транспортных систем

Линейное программирование – это специальный математический метод, позволяющий выбрать наилучший вариант из всех возможных при решении производственных задач. В настоящее время этот метод называют также “методом оптимального планирования”.

В задачах линейного программирования критерий оптимальности (т. е. показатель качества) линейно зависит от параметров задачи и формулируется в виде уравнений или неравенств первой степени. Таким образом, имеет место линейная зависимость, откуда происходит и название метода “линейное программирование”.

Задача математического программирования может быть сформулирована следующим образом. Существует система величин, о которых известно, что они могут принимать различные значения, определяемые условиями задач, т. е. изменяются в заданных пределах. Требуется найти значения этих величин, приводящие к максимуму (минимуму) некоторую их функцию, называемую целевой. В математике такие задачи минимизации или максимизации известны под названием экстремальных.

Линейное программирование – это теория и методы экстремальных задач, в которых показатель качества, т. е. критерий оптимальности, линейно зависит от параметров задачи, а ограничения должны быть линейными неравенствами или уравнениями.

Термин “программирование” в названии методов определяет область их применения: для разработки программы действий, для планирования. Прилагательное “линейный” подчёркивает математическую природу метода решения, с помощью которого решаются те задачи планирования, в которых условия и критерий оптимальности формулируются в виде уравнений или неравенств первой степени, т. е. линейных.

Математические модели упрощённо отображают основные связи и зависимости исследуемого экономического явления. Построить математическую модель, значит, выразить в виде уравнений и неравенств основные связи и зависимости изучаемого экономического явления. Задача математического программирования сводится к определению таких значений переменных, которые обеспечивают получение оптимального решения методом линейного программирования. Транспортные задачи линейного программирования являются основной моделью для решения задач по организации и планированию автомобильных перевозок.

Метод возник из потребности производства, так как в пределах города, района или области имеется, как правило, несколько поставщиков одного и того же продукта и, следовательно, потенциально возможно большое количество вариантов закрепления потребителей за поставщиками. Составление наилучшей схемы перевозок в таких условиях является далеко не простым делом. Из-за большого числа возможных вариантов найти оптимальное решение путём их перебора и сравнения невозможно. Поэтому на практике схемы перевозок определяют без специальных расчётов, исходя из общих соображений о необходимости доставки грузов по более коротким расстояниям. В результате они несовершенны и далеки от оптимальных схем. Внедрение математических методов позволяет составлять оптимальные схемы перевозок грузов и даёт большой экономический эффект. Одной из главнейших задач автотранспортного предприятия (АТП) является рациональная организация транспортного процесса, которая позволяет с наибольшим экономическим эффектом осуществить перевозку грузов. Решающую роль в этом процессе играет оперативно-производственное планирование, в процессе которого устанавливаются схемы перевозок и необходимые затраты.

Основное содержание сменно-суточного планирования грузовых перевозок составляет разработка маршрутов движения подвижного состава и сменных заданий водителей в виде плана работы каждого автомобиля. Этот план устанавливает режим работы (планирует время в наряде, техническую скорость, время простоя под погрузкой-разгрузкой), количество ездок за смену, объём перевозок, грузооборот, пробег с грузом и без груза.

Основной задачей сменно-суточного планирования является составление такого плана работы транспортных средств на данную смену, который позволит выполнить заданные перевозки в установленные сроки минимальным количеством автомобилей. Достигается это при максимальной производительности подвижного состава.

На автомобильном транспорте методы линейного программирования применяются уже более 40 лет (с начала 1960–х годов) для решения следующих задач:

1. Сокращение дальности перевозок грузов по критерию минимальной суммы тонно-километров.
2. Составление оптимальной схемы перевозок грузов по критерию минимальных затрат времени.
3. Выбор кратчайших маршрутов движения между несколькими пунктами.
4. Задачи перевозки разных (но взаимозаменяемых) продуктов – угля, нефти, мазута, цемента разных марок и т. д.
5. Сменно-суточное планирование перевозок помашинных отправок грузов.
6. Планирование перевозок мелкопартионных грузов.
7. Распределение автобусов по маршрутам и т. д.

4.2. Моделирование транспортной сети

Эта задача встречается на практике наиболее часто и является одной из наиболее важных.

Задача формулируется так

Имеются отправители грузов A_1 , A_2 …A_i…A_m с имеющимся у каждого отправителя количеством груза a_1, a_2…a_i…a_m тонн.

Имеются получатели груза B_1, B_2…B_j…B_n с требуемым каждому количеством груза $в_1$, $в_2$…$в_j$…$в_n$ тонн.

Каждый отправитель может удовлетворить запросы любого получателя.

Расстояния между отправителями и получателями известны и составляют l_{ij} км. Общее количество грузов, имеющееся у отправителей и требуемое получателю, равно.

Условие задачи записывается в виде табл. 1.

Таблица 1

Матрица условий

Пункт отправления	Пункт назначения						Наличие груза, т
	B_1	B_2	……	B_j	……..	B_n	
A_1	l_{11}	l_{12}	……	l_{1j}	……..	l_{1n}	a_1
A_2	l_{21}	l_{22}	……	l_{2j}	……..	l_{2n}	a_2
A_i	l_{i1}	l_{i2}	……	l_{ij}	……..	l_{in}	a_i
A_m	l_{m1}	l_{m2}	…….	l_{mj}	……..	l_{mn}	a_m
Потребность в грузе, т	$в_1$	$в_2$	…….	$в_j$	……..	$в_n$	$\Sigma в_j = \Sigma a_i$

Количество тонн груза для доставки в пункт B_j из всех пунктов отправления равно

$$X_{1j}+X_{2j}+\ldots+X_{mj}=\sum_{i=1}^{m} X_{ij} \ ,$$

где X_{ij} - количество тонн груза предназначенного к отправке из A_i в B_j, а так как потребность пункта B_j составляет $в_j$ тонн, то

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} = в_j \ .$$

Сказанное справедливо для любого пункта B_j, поэтому получаем систему n- уравнений:

$$\begin{cases} X_{11} + X_{21} + \ldots + X_{m1} = в_1, \\ X_{12} + X_{22} + \ldots + X_{m2} = в_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ X_{1n} + X_{2n} + \ldots + X_{mn} = в_n. \end{cases} \qquad (1)$$

С другой стороны общее количество груза, отправляемого из пункта A_i во все пункты назначения B_j составит

$$X_{i1} + X_{i2} + \ldots + X_{in} = \sum_{j=1}^{n} X_{ij} \ .$$

По условиям задачи эта сумма равна наличию груза в пункте A_i.

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} = a_i \, .$$

Сказанное справедливо к любому пункту отправления, имеем m аналогичных (1) уравнений:

$$\begin{cases} X_{11} + X_{12} + \ldots + X_{1n} = a_1, \\ X_{21} + X_{22} + \ldots + X_{2n} = a_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ X_{m1} + X_{m2} + \ldots + X_{mn} = a_m. \end{cases} \qquad (2)$$

Более компактно уравнения (1) и (2) записываются в форме

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} = b_j,$$

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} = a_i.$$

Суммарная транспортная работа P из условий, таким образом, равна

$$P = l_{11}x_{11} + l_{12}x_{12} + \ldots + l_{ij}x_{ij} + \ldots + l_{mn}x_{mn} = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} l_{ij}x_{ij}.$$

Таким образом, в математической форме транспортная задача требует определения значений переменных X_{ij}, минимизирующих линейную формулу

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} l_{ij}x_{ij} \to \min. \qquad (3)$$

При этом суммарное количество груза у отправителей должно быть равно количеству, требуемому получателю

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j. \qquad (4)$$

4.3. Транспортная задача линейного программирования и её применение при решении автотранспортных задач

Рассмотрим метод потенциалов. Этот метод рекомендуется использовать в курсовом проектировании.

Метод потенциалов реализуется с помощью строго регламентированной процедуры вычислений – алгоритма метода. При этом все вычисления производят в таблице-матрице, составленной по условиям задачи, представленной на рис.4.

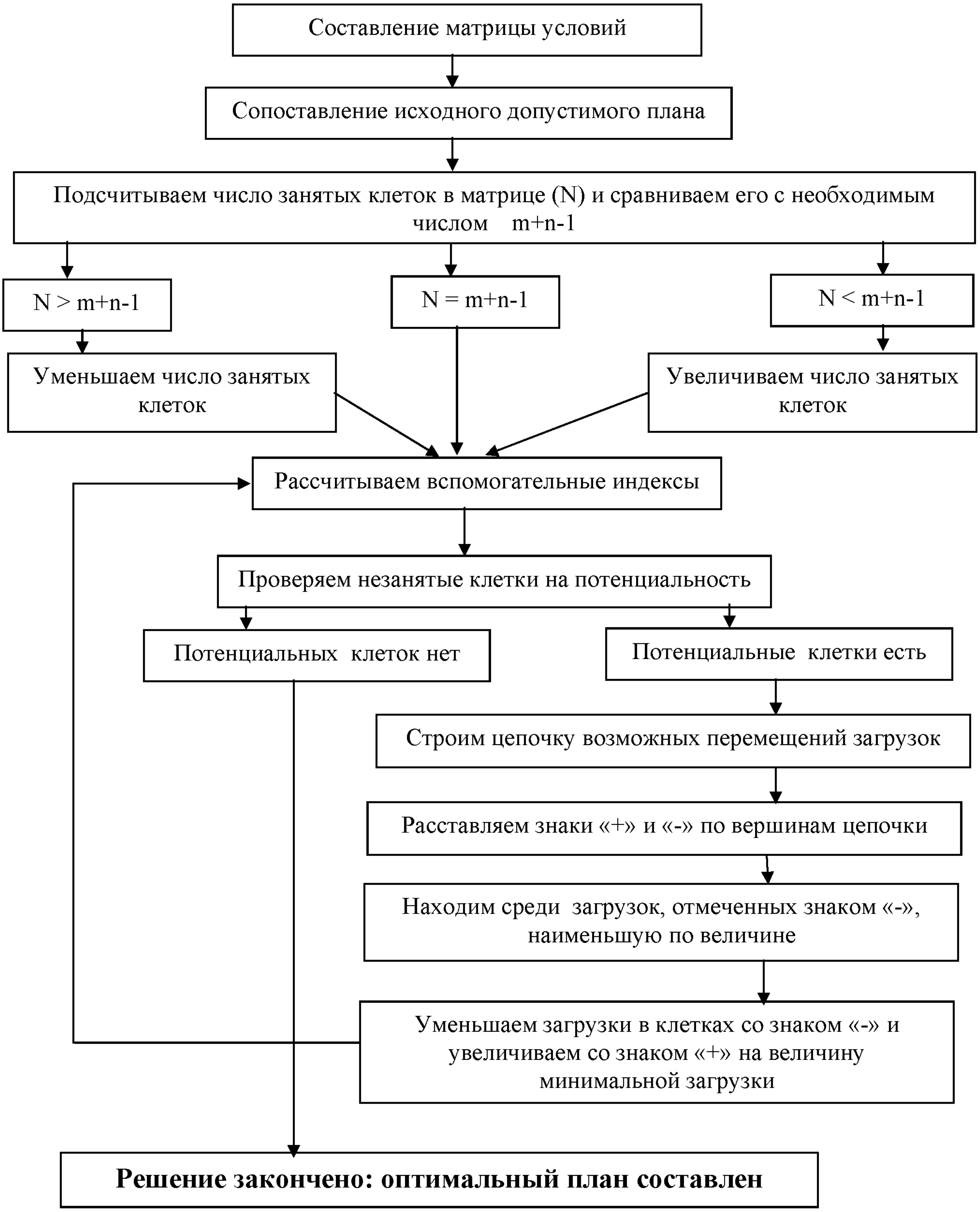


Рис. 5. Алгоритм метода

Задача формулируется так: имеется ряд поставщиков транспортно-однородного груза и ряд потребителей этого груза. Требуется получить такой план закрепления, чтобы при перевозке грузов транспортная работа (т·км) была минимальной. Так как оптимизации подлежит транспортная работа, поэтому в качестве затрат в матрицу вводится расстояние между всеми пунктами.

Для решения задач по составлению оптимальных планов закрепления необходимо провести подготовительную работу, заключающуюся в определении следующих исходных данных:

1. Наименование грузоотправителей и объём поставок грузов.
2. Наименование грузополучателей и объёмы потребления.
3. Расстояние перевозки от каждого грузоотправителя до каждого получателя.

На основании исходных данных формируется матрица (табл.2).

Таблица 2

Матрица условий

Пункт отправления	Строка / Столб.	Пункт назначения				Налич. груза, т
		B_1	B_2	B_3	B_4	
		V_1=	V_2=	V_3=	V_4=	
A_1	U_1=	9	15	5	8	80
A_2	U_2=	4	9	6	5	50
A_3	U_3=	16	22	40	18	40
Потребность в грузе, т		30	70	40	30	170

Рассмотрим решение задачи на конкретном примере.

Потребителям B_1 , B_2, B_3 и B_4 требуется песок в количестве 30, 70, 40 и 30 тонн. На складах поставщиков A_1, A_2, и A_3 имеется соответственно 80, 50 и 40 тонн. Расстояния l_{ij} между ними указаны в таблице-матрице, которую составляем.

В правых верхних углах записаны расстояния между поставщиками и потребителями. Каждая из клеток представляет собой реальные маршруты перевозок груза в процессе решения задачи. В средней части этих клеток будут записываться значения $X_{ij}>0$, где X_{ij} – объём поставок, в крайних случаях в эти клетки могут записываться и не основные поставки – $X_{ij}=0$.

Значения X_{ij} делятся на основные $X_{ij}>0$ и не основные $X_{ij}\leq 0$. Основные X_{ij}, записанные в матрице, обычно называют загрузками, а клетки, в которых они записаны, называются занятыми. Клетки матрицы без загрузок называют незанятыми. В матрице также предусмотрены вспомогательные столбцы – U и столбцы V.

Для удобства подсчётов тонны заявленного груза переводят в ездки (для существа задачи это безразлично).

Составляем допустимый исходный план следующим порядком.

Три ограничения, которые представлены в математической записи линейного программирования:

-полное обеспечение всех потребностей;

-полный вывоз всего груза;

-неотрицательность любой поставки.

Если все эти требования не выполняются, то задача не решается.

1. Сначала планируем перевозки с первого склада (A_1) ближайшим потребителям.
2. Затем со второго склада (A_2) ближайшим потребителям и т. д. заполняем таблицу.

Проводится это способом минимального элемента по строке следующим образом – вначале планируем перевозки грузов с первого склада, записывая их в клетки с ближайшим расстоянием к потребителю. Клетке A_1-B_3, которая находится на расстоянии 5 км от склада A_1, требуется 40 тонн, а на складе -80 тонн. Запрос удовлетворяется полностью на складе остаётся ещё 40 тонн, которые направляем к следующему ближайшему потребителю. Им оказывается потребитель B_4, которому требуется 30 тонн груза. Полностью удовлетворяем запрос и этого потребителя, а на складе A_1 остаётся 10 тонн, которые направляем к следующему ближайшему (последнему) потребителю B_1, которому требуется 30 тонн груза, таким образом весь груз со склада A_1 вывезен полностью.

Переходим к перераспределению груза со склада A_2. В первую очередь, удовлетворяем ближайшего, ещё не удовлетворённого потребителя. Им является потребитель B_1 (4 км), которому требуется 30 тонн груза (10 тонн было завезено со склада A_1), поэтому со склада A_2 мы можем поставить 20 тонн груза, полностью удовлетворив потребителя B_1.

На складе A_2 осталось 30 тонн груза, следующий ближайший потребитель является B_2, которому требуется 70 тонн груза. Оставшиеся 30 тонн получает потребитель B_2. Со склада A_3 направляем оставшиеся 40 тонн потребителю B_2. Таким образом, потребности всех потребителей полностью удовлетворены, а со всех складов полностью вывезены все запасы груза.

На этом этапе вычисления закончены.

3. Вычисляется транспортная работа, которая будет равна

$$P=10\cdot 9+40\cdot 5+30\cdot 8+20\cdot 4+30\cdot 9+40\cdot 22=1760 \text{ тонно-км.}$$

В табл.3 представлен исходный допустимый план перевозок.

Таблица 3

Исходный допустимый план перевозок

Пункт отпр.	Строка / Столб.	Пункт назначения				Наличие груза, т
		B_1	B_2	B_3	B_4	
		$V_1=9$	$V_2=14$	$V_3=5$	$V_4=8$	
A_1	$U_1=0$	9 10	15	5 40	8 30	80
A_2	$U_2=-5$	4 20	9 30	6	5	50
A_3	$U_3=8$	16	22 40	10	18	40
Потребность в грузе, т		30	70	40	30	170

Проверяем заполненность матрицы, т. е. число заполненных клеток по критерию m+n-1. Если число клеток отличается от числа по критерию и матрица является вырожденной, по ней проводить дальнейшие расчёты невозможно.

Необходимо откорректировать матрицу. Если заполненных клеток не хватает, то добавляем в клетки фиктивную нагрузку 0 т.

Если клетки лишние, то их число уменьшаем методом, описанным ниже.

Проверка разработанного плана на оптимальность состоит из двух этапов: на первом этапе вычисляются вспомогательные индексы – U_i и V_j, а на втором этапе исследуются незанятые клетки на потенциальность с целью определения суммы индексов – $U_i+V_j \geq L_{ij}$. Рассчитываем на матрице специальные индексы U и V и заносим их в строку и столбец матрицы. Для определения индексов используются следующие правила:

- вспомогательный индекс U_1 всегда равен нулю,

- для каждой занятой клетки матрицы сумма, соответствующей ей индексов U и V, равна расстоянию в данной клетке, т. е.

$U_i + V_j = L_{ij}$, где L_{ij} – расстояние в клетке.

Это даёт возможность при известном одном индексе определить значение другого.

$$U_i = L_{ij} - V_j; \qquad (5)$$
$$V_j = L_{ij} - U_i.$$

Исследуем допустимый исходный план на оптимальность, для чего сравниваем во всех незанятых клетках расстояния L_{ij} с суммой соответствующих ей индексов по критерию

$$L_{ij} \geq U_i + V_j,$$

т. е. расстояния должны быть больше или равны сумме индексов.

Запишем в матрицу (табл. 3) $U_1 = 0$, тогда в соответствии с формулами:

$$V_3=L_{13}- U_1= 5–0=5;$$
$$V_4=L_{14} – U_1=8 - 0=8;$$
$$V_1 =L_{11} – U_1 = 9–0=8.$$

Далее

$$U_2=L_{21}- V_1 = 4 – 9 = -5;$$
$$V_2=L_{22} – U_2= 9-(-5) = 14;$$
$$U_3 =L_{32}- V_2 = 22 – 14= 8.$$

Таким образом, все вспомогательные индексы определены и можно приступить к проверке незанятых клеток на оптимальность.

Эта проверка заключается в сравнении расстояния каждой незанятой клетки матрицы с суммой соответствующих ей индексов с целью выявления $U_i + V_j >L_{ij}$.

$$A_1B_2(U_1+V_2) =0+14=14 \quad < L_{12} =15;$$
$$A_2B_3(U_2+V_3)= -5+5=0 \quad <L_{23} =6;$$
$$A_2 B_4(U_2+V_4)= -5+8=3 \quad <L_{24} =5;$$
$$\underline{A_3 B_1(U_3+V_1)=8+9=17 \quad >L_{31} =16;}$$
$$\underline{A_3B_3(U_3+V_3)=8+5=13 \quad >L_{33}=10;}$$
$$A_3B_4(U_3+V_4)=8+8=16 \quad <L_{34}=18.$$

Проверка показывает, что у незанятых клеток A_3B_1 и A_3B_3 расстояние меньше суммы индексов, следовательно, составленный допустимый исходный план не является оптимальным и подлежит улучшению. Выявленные клетки являются резервом улучшения плана, и поэтому их называют потенциальными, почему и рассматриваемый метод называют "методом потенциалов". Полученные потенциалы обозначим в матрице цифрой в квадратике (цифра – превышение индекса над расстоянием).

Процедура улучшения неоптимального плана сводится к перемещению загрузок в потенциальные клетки матрицы. Поскольку нельзя просто перенести загрузку в клетках, не изменив суммарные значения по строкам и столбцам, то разработан специальный способ перемещения загрузок, не нарушающий загрузку строк и столбцов. Он заключается в составлении цепочки возможных перемещений загрузок в матрице, определении величины перемещения загрузки и самого перемещения. Такую цепочку можно построить всегда, причём единственным способом. Делается это так:

- для клетки с наибольшим потенциалом (в нашем случае A_3B_3) строим замкнутую цепочку из горизонтальных и вертикальных линий так, чтобы одна её вершина лежала в потенциальной клетке, а все остальные вершины располагались бы в занятых клетках. Конфигурации цепочки могут быть разной формы, но только из вертикальных и горизонтальных клеток.

- составив цепочку, помечают знаком (+) её нечетные вершины (считая первой в потенциальной клетке) и знаком (–) чётные вершины. Наименьшая из чётных загрузок определяет величину перемещаемой загрузки (в нашем случае 20 т).

- переместив эту загрузку из клетки со знаком (-) в клетку со знаком (+), получаем новый вариант плана с меньшей транспортной работой (табл. 4). Величины новых перемещений представлены в квадратиках.

Таблица 4

Построение цепочки перемещений

Пункт отправления	Строка / Столб.	Пункт назначения				Наличие груза, т
		B_1	B_2	B_3	B_4	
		$V_1=9$	$V_2=14$	$V_3=5$	$V_4=8$	
A_1	$U_1=0$	$\boxed{30}$ 9 10+	15	$\boxed{20}$ 5 -40	8 30	80
A_2	$U_2=-5$	$\boxed{0}$ 4 20 -	$\boxed{50}$ 9 30 +	6	5	50
A_3	$U_3=8$	16 1	22 $\boxed{20}$ 40 -	10 $\boxed{20}$ + 3	18	40
Потребность в грузе, т		30	70	40	30	170

По новому плану перевозки грузов рассчитываем транспортную работу, которая будет равна

$$P = 30\cdot9+20\cdot5+30\cdot8+50\cdot9+20\cdot22+20\cdot10=1700 \text{ т}\cdot\text{км}.$$

План улучшился, однако полученный план не оптимален, поэтому его улучшение продолжается аналогичным способом.

В заключение рассмотрим способ уменьшения числа занятых клеток, когда **критерий m+n-1 нарушается в большую сторону** (т.е. имеются лишние занятые клетки). Это приводит к тому, что индексы U и V определяются неоднозначно. Эта операция выполняется аналогично способу улучшения плана:

- в матрице строится замкнутая цепочка из горизонтальных и вертикальных линий, вершины которой находятся в занятых клетках;
- на вершинах цепочки, начиная с клетки с наименьшей загрузкой, ставят знаки (-) и (+);
- нагрузку в клетках (-) уменьшают, а в клетках (+) увеличивают на величину наименьшей из них.

Рассмотрим пример.

Таблица 5

Матрица вычислений

Пункт отправления	Строка / Столбец	Пункт назначения				Наличие груза, т
		B_1	B_2	B_3	B_4	
			V_2=15	V_3=5	V_4=8	
A_1	U_1=0	9	15 - 20	5 + 30	8 30	80
A_2	U_2=6;1	4	9 40+	6 - 10	5	50
A_3		16 30	22 10	10	18	40
Потребность в грузе, т		30	70	40	30	170

В табл.5 – семь занятых клеток, вместо необходимых шести (m+n-1=3+4-1=6). Наличие лишней занятой клетки приводит к тому, что индексы определяются неоднозначно. В самом деле, примем U_1=0. Тогда согласно правилу (5) V_2=15, V_3=5, V_4=8. Теперь индекс U_2 можно найти либо из равенства $U_2=l_{22}-V_2$, либо из равенства $U_2=l_{23}-V_3$. В первом случае U_2=9-15= - 6, во втором – U_2=6-5=1.

Уменьшение числа занятых клеток производится следующим образом. В матрице строят замкнутую цепочку из горизонтальных и вертикальных отрезков так, чтобы все её вершины находились в занятых клетках (см. табл.5). Такая цепочка в матрице с числом занятых клеток более m+n-1 всегда имеется. На вершинах цепочки, начиная с клетки, имеющей наименьшую загрузку, расставляют попеременно знаки минус и плюс, после чего загрузки со знаком минус уменьшают, а со знаком плюс увеличивают на величину наименьшей из них. В результате число занятых клеток уменьшится не менее, чем на одну (табл.6). При необходимости данную процедуру повторяют столько раз, сколько это необходимо для получения m+n-1 занятых клеток.

Таблица 6

Матрица вычислений

Пункт отправления	Строка \ Столб.	Пункт назначения				Наличие груза, т
		B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1		9	15 10	5 40	8 30	80
A_2		4	9 50	6	5	50
A_3		16 30	22 10	10	18	40
Потребность в грузе, т		30	70	40	30	170

Приведём пример расчёта транспортной задачи по сокращению дальности перевозок грузов.

Имеются 4 пункта отправления A_1 – A_4 и 6 пунктов назначения B_1- B_6. Конкретные значения величины грузов сведены в матрицу (табл.7).

Таблица 7

Матрица вычислений

Пункт отправления	Стр. / Стол.	Пункт назначения						Наличие груза, т
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	
		$V_1=5$	$V_2=9$	$V_3=3$	$V_4=2$	$V_5=8$	$V_6=4$	
A_1	$U_1=0$	5 0	8 1	13	6	9	4 20	20
A_2	$U_2=-2$	12	$\boxed{25}$ 7 +10	11	10	$\boxed{0}$ 6 -15	8	25
A_3	$U_3=4$	9 -5	10 + 3	7 10	6 15	10 2	7 1	30
A_4	$U_4=3$	8 +15	12 -20 $\boxed{5}$	4 2	13	5 + $\boxed{15}$ 6	9	35
Потребность в грузе, т		20	30	10	15	15	20	110

1. Планируем, перевозки и заносим в матрицу. Затем вычисляем транспортную работу по допустимому исходному плану.

$$P = 20\cdot4+10\cdot7+15\cdot6+5\cdot9+10\cdot7+15\cdot6+15\cdot8+20\cdot12=805 \text{ т}\cdot\text{км}.$$

2. Проверяем число занятых клеток по индексу m+n-1.

должно быть 4+6-1=9

имеется 8.

Так как занятых клеток не хватает, то добавляем в клетку A_1B_1 объём 0 т (выбор клетки происходит из логического анализа).

3.Вычисляем по критерию U+V=L индексы U_1- U_4 и V_1- V_6.

Для клетки A_1B_1 индекс $U_1=0$.

$$V_6=4,\ V_1=5;$$
$$U_3=9-5=4,\ V_3=7-4=3,\ V_4=6-4=2;$$
$$U_4=8-5=3,\ V_2=12-3=9;$$
$$U_2=7-9=-2,\ V_5=6-(-2)=8.$$

4. Исследуем допустимый исходный план на оптимальность, сравнивая во всех принятых клетках расстояния и индексы $L \geq U+V$.

Можно видеть, что план не оптимален, так как критерию не удовлетворяют пять клеток A_1B_2, A_3B_2, A_3B_5, A_3B_6, A_4B_3, A_4B_5. Превышения записываем в кружочек. Клеткой с наибольшим потенциалом является A_4B_5.

5. Для клетки A_4B_5 строим цепочку перемещений, как показано в табл.7, и получаем новый допустимый план. Рассчитываем транспортную работу по новому плану.

$$P=20 \cdot 4+25 \cdot 7+5 \cdot 9+10 \cdot 7+15 \cdot 6+15 \cdot 8+5 \cdot 12+15 \cdot 5=715 \text{ т·км}.$$

План улучшился, так как транспортная работа уменьшилась с 805 т·км до 715 т·км.

6. Поскольку план не оптимален, строим новую цепочку перемещений (пунктирная линия). Рассчитываем новую транспортную работу.

$$P=20 \cdot 4+25 \cdot 7+5 \cdot 10+10 \cdot 7+15 \cdot 6+20 \cdot 8+15 \cdot 5=700 \text{ т·км}.$$

4.4. Планирование перевозок мелкопартионных грузов

Задачи с **нарушенным балансом производства и потребления** часто встречаются в практике и называются задачами “открытого типа”. Решать эти задачи методом потенциалов нельзя, так как в условия задачи входят неравенства.

Такие задачи путем несложных преобразований приводятся к закрытой транспортной модели и решаются также методом потенциалов.

1–й случай – у поставщиков (пункты A_1, $A_2 \ldots A_i \ldots A_m$) груза больше, чем требуется получателям B_1, $B_2 \ldots B_j \ldots B_m$.

$$\sum_{i=1}^{m} a_i > \sum_{j=1}^{n} b_j \ .$$

Расстояния между пунктами отправления и назначения составляют l_{ij} километров. Требуется составить такой план перевозок грузов, который обеспечит удовлетворение всех запросов потребителей при минимальной транспортной работе.

Обозначим через x_{ij} количество тонн груза, планируемого к перевозке из пункта A_i в пункт B_j . Тогда условия задачи записываются следующим образом: определить значения переменных x_{ij}, минимизирующих транспортную работу,

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} l_{ij} x_{ij} \qquad (6)$$

при условиях

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j \ , \qquad j=1, 2, \ldots n; \qquad (7)$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \leq a_i \, , \qquad i=1, 2, \ldots, m; \qquad (8)$$

$$x_{ij} > 0, \qquad i=1, 2, \ldots, m; \quad j=1, 2, \ldots, n. \qquad (9)$$

Равенство (7) гарантирует полное удовлетворение запросов каждого потребителя. Неравенство (8) выражает тот факт, что из каждого пункта отправления вывозится груза не больше того, что там имеется.

Модель (6) – (9) отличается от закрытой транспортной модели наличием в условиях задачи неравенства (8). Подобные модели называют открытыми. Решить их непосредственно методом потенциалов нельзя, однако путём несложных преобразований рассматриваемая задача приводится к закрытой транспортной модели. Производят это путём введения фиктивного потребителя B_{n+1} с объёмом потребления

$$B_{n+1}=\sum_{i=1}^{m}a_i-\sum_{j=1}^{n}b_j\ .$$

Рассмотрим конкретную задачу, данные которой представлены в табл.8.

Таблица 8

Матрица условий

Пункт отправления	Строка / Столб.	Пункт назначения					Наличие груза, т
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
		V_1=9	V_2=14	V_3=5	V_4=8	V_5=-5	
A_1	U_1=0	9 0	15	5 20	8 30	0	50
A_2	U_2=-5	4 30	9 70	6	5	0	100
A_3	U_3=5	16	22	10 20	18	0 50	70
Потребность в грузе, т		30	70	40	30	50	220

Требуется закрепить потребителей за поставщиками так, чтобы суммарная транспортная работа при перевозке была минимальной, а каждый потребитель получил нужное количество продукции.

Составим матрицу условий, введя в неё фиктивный показатель $B_ф$ с потребностью равной (50+100+70) – (30+70+40+30) = 50 тонн. Выполнив уже известные нам вычисления, получаем оптимальный план перевозок груза и размещение невывезенного остатка на складах (табл.8). В нашем случае 50 т груза остаётся на складе A_3 .

2-й случай – у поставщиков груза меньше, чем нужно потребителю. В этом случае в матрицу вводится фиктивный поставщик $A_ф$ с запасом груза, выравнивающий дисбаланс. И далее задача решается так же, как и в первом случае.

Транспортная задача с запретами имеет место, когда у поставщиков имеются разные грузы (например, речной песок и горный песок) и разным потребителям требуются разные грузы (например, только речной песок, только горный песок или любой песок).

Требуется составить план перевозок и закрепить потребителей за поставщиками так, чтобы транспортная работа была минимальной. Решение задачи осуществляется методом потенциалов на матрице табл.1 и 2, но в клетках, соответствующих запрещённым перевозкам, записывают значения расстояний, значительно превышающих самые большие расстояния в матрице (т. е. запрещённые клетки блокируют).

При решении такой матрицы гарантируется отсутствие нагрузок в блокированных клетках.

Рассмотрим следующую задачу: на складах A_1 и A_2 имеется речной песок, а на складах A_3 и A_4 - горный песок в количествах соответственно:60, 20, 70 и 50 т. Потребителям B_1 и B_4 требуется только горный песок (запрещается возить речной песок из A_1 и A_2) в количествах соответственно 30 и 80 т, а остальным любой (либо горный, либо речной) в следующих размерах: B_2 -50 т и B_3 - 40 т. Расстояния между пунктами приведены в табл.9.

Таблица 9

Расстояния между пунктами

Пункт отправл.	Пункт назначения			
	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	5	4	9	10
A_2	15	12	18	11
A_3	6	3	8	10
A_4	14	7	13	15

План перевозок (закрепление потребителей за поставщиками) нужно составить так, чтобы потребители были удовлетворены полностью при минимальной транспортной работе. Решение транспортной задачи с запретами осуществляется методом потенциалов на матрице, в которой в клетках, соответствующих запрещённым перевозкам, вместо расстояний записывают произвольное число, значительно превышающее самое большое расстояние в матрице (клетки блокируют). При решении такой матрицы в оптимальном плане гарантируют отсутствие загрузок в блокируемых клетках.

Так как абсолютная величина блокируемого числа безразлична (важно только, что оно значительно больше любого расстояния в таблице), в матрице его обозначают обычно буквой **М** (много). Под М понимают сколь угодно большое число, т. е. М=∞. При решении матрицы операции с числом М производят так же, как и с любым другим числом.

Матрицы условий и оптимальный план перевозок для данного примера представлены в табл.10.

Таблица 10

Матрица условий

<table>
<tr><td rowspan="3">Пункт отправления</td><td rowspan="3">Строка / Столб.</td><td colspan="4">Пункт назначения</td><td rowspan="3">Наличие груза, т</td></tr>
<tr><td>B_1</td><td>B_2</td><td>B_3</td><td>B_4</td></tr>
<tr><td></td><td>$V_2=4$</td><td>$V_3=9$</td><td>$V_4=12$</td></tr>
<tr><td>A_1</td><td>$U_1=0$</td><td>M</td><td>4
20</td><td>9
40</td><td>M</td><td>60</td></tr>
<tr><td>A_2</td><td>$U_2=8$</td><td>M</td><td>12
20</td><td>18</td><td>M</td><td>20</td></tr>
<tr><td>A_3</td><td>$U_3=-2$</td><td>6
30</td><td>13</td><td>8</td><td>10
40</td><td>70</td></tr>
<tr><td>A_4</td><td>$U_4=3$</td><td>14</td><td>7
10</td><td>13</td><td>15
40</td><td>50</td></tr>
<tr><td colspan="2">Потребность в грузе, т</td><td>30</td><td>50</td><td>40</td><td>80</td><td>200</td></tr>
</table>

Транспортная задача с **минимальным временем перевозки (по критерию времени)** имеет место, например, при транспортировке скоропортящихся грузов.

Условия задачи также формулируются в виде матрицы (см. табл.1).

Лимитирующей в данной задаче является самая длинная перевозка. Лучшим (оптимальным) будет являться план, у которого самая длительная перевозка будет иметь самую наименьшую длительность.

Решение задачи сводится к последовательному решению методом потенциалов серии обычных транспортных задач, где оптимальное решение предыдущей служит исходным планом последующей задачи. Процедура вычислений складывается из следующих шагов.

Шаг 1. Составить матрицу условий так, как это делают при решении обычной транспортной задачи.

Шаг 2. Найти методом потенциалов план, у которого линейная форма $\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} t_{ij}x_{ij}$ достигает минимального значения.

Шаг 3. Определить max t_{ij} (наибольшее из времён) запланированных перевозок (где x_{ij}>0).

Шаг 4. Во всех клетках матрицы, где t_{ij}>max t_{ij}^{1}, заменить t_{ij} на число М = ∞.

Шаг 5. Отыскать для изменённой матрицы решение, при котором линейная форма $\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} t_{ij}x_{ij}$ достигает минимума. Если в полученном решении x_{ij} >0 расположены только в клетках, где t_{ij}<М, то снова находим max t_{ij}^{11} и повторяем шаги 4 и 5. Если же в полученном решении имеется хотя бы один x_{ij}>0, расположенный в клетке с t_{ij}=М, то оптимальным по критерию $t(X)$=max t_{ij} (x_{ij}>0 – план перевозок, $t(X)$ – время наиболее продолжительной перевозки) будет предыдущее решение. Очевидно, что после конечного числа повторений шагов 3, 4 и 5 будет получено оптимальное решение, т.е. такой план перевозок, по которому грузы всем потребителям будут доставлены за возможно короткое время.

Приведём пример.

В табл.11 приведена матрица условий задачи.

Таблица 11

Матрица условий

Пункт отправления	Строка \ Столб.	Пункт назначения				Наличие груза, т
		B_1	B_2	B_3	B_4	
		V_1=8	V_2=5	V_3=6	V_4=12	
A_1	U_1=0	10	5 0	7	12 50	50
A_2	U_2=-4	4 10	1 20	2 30	8	60
A_3	U_3=-3	6	2	3 20	10	20
A_4	U_4=2	10 20	9	8	15	20
Потребность в грузе, т		30	20	50	50	150

В правом верхнем углу клеток записано время движения автомобилей между соответствующими пунктами в часах. Решив эту матрицу методом потенциалов, находим план (см. табл.11), обеспечивающий минимум оптимальности линейной формы (Т):

$$T=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} t_{ij}x_{ij}\ . \qquad (10)$$

Наибольшее время перевозки по этому плану составляет 12 часов (перевозка из A_1 в B_4). Во всех клетках, где время доставки груза равно или больше этой величины (клетки A_1 B_4 и A_4B_4), заменяем его числом М=100 (блокируем клетки) и вновь отыскиваем план, у которого линейная форма имеет наименьшую величину (табл.12).

Таблица 12

Матрица расчёта

Пункт отправления	Строка / Столбец	Пункт назначения				Наличие груза, т
		B_1	B_2	B_3	B_4	
		$V_1=9$	$V_2=5$	$V_3=7$	$V_4=13$	
A_1	$U_1=0$	10	5 20	7 30	100	50
A_2	$U_2=-5$	4 10	1	2 0	8 50	60
A_3	$U_3=-4$	6	2	3 20	10	20
A_4	$U_4=1$	10 20	9	8	100	20
Потребность в грузе, т		30	20	50	50	150

Поскольку ни одна из загрузок не находится здесь в блокированной клетке (с числом 100), продолжаем вычисления.

Теперь наибольшее время перевозки – 10 часов (клетка A_4B_1). Поэтому блокируем клетки A_1B_1, A_3B_4 и A_4B_1, у которых время равно 10 и находим новый план (табл.13) с минимальным значением линейной формы (10). Из таблицы видно, что здесь ни одна из загрузок не находится в блокированной клетке, поэтому процесс вычислений необходимо продолжить.

Таблица 13

План перевозок

Пункт отправления	Строка / Столб.	Пункт назначения				Наличие груза, т
		B_1	B_2	B_3	B_4	
		$V_1=10$	$V_2=5$	$V_3=7$	$V_4=14$	
A_1	$U_1=0$	100	5 20	7 30	100	50
A_2	$U_2=-6$	4 10	1	2	8 50	60
A_3	$U_3=-4$	6 20	2	3 0	100	20
A_4	$U_4=1$	100	9	8 20	100	20
Потребность в грузе, т		30	20	50	50	150

Поскольку наибольшая продолжительность из планируемых перевозок равна 8 часам (клетки A_2B_4 и A_4B_3), блокируем клетки A_2B_4, A_4B_2 и A_4B_3, у которых время равно или больше 8 часов. В найденном новом плане (табл.14) с минимальным значением линейной формы две загрузки находятся в блокированных клетках. Это свидетельствует о том, что план перевозок, обеспечивающий доставку грузов всем потребителям за возможно короткое время, найден.

Таблица 14

Окончательный план перевозок

Пункт отправления	Строка / Столб.	Пункт назначения				Наличие груза, т
		B_1	B_2	B_3	B_4	
			$V_2=5$	$V_3=7$	$V_4=100$	
A_1	$U_1=0$	100	5 20	7 0	100 30	50
A_2	$U_2=-5$	4 30	1	2 30	100	60
A_3	$U_3=-4$	6	2	3 20	100	20
A_4	$U_4=0$	100	100	100	100 20	20
Потребность в грузе, т		30	20	50	50	150

4.5. Прогнозирование перевозок грузов

Одним из важнейших факторов, оказывающих влияние на эффективность использования транспортных средств, является расстояние перевозки, от величины которого зависит количество транспортной работы. Многочисленными исследованиями доказано, что, чем меньше будет выполняться транспортной продукции, измеряемой в тонно-километрах, тем лучше для хозяйства страны. Это связано с тем, что сокращение транспортной работы сопровождается снижением транспортных затрат и уменьшением потребности в транспортных средствах. Поэтому перевозки грузов для всех отраслей хозяйства должны осуществляться по возможности на короткие (оптимальные) расстояния.

Большая часть перевозок грузов осуществляется по сложившейся сети дорог и улиц с конкретными условиями эксплуатации подвижного состава и организации движения. Практически между двумя пунктами, расположенными на транспортной сети региона может быть множественное число вариантов проезда, которым соответствуют определённые расстояния, скорости и время.

Из теории известно, что максимальную производительность однотипного подвижного состава можно получить на том маршруте, где будут минимальные затраты времени. Однако критерий, по которому находят оптимальное решение, определяется не только затратами времени, а той целью, которую необходимо достигнуть при решении задачи оптимального варианта проезда. Наиболее часто в качестве критерия принимается минимум суммарного пробега, так как при одинаковых условиях движения на всех участках маршрута план, оптимальный по пробегу, будет оптимальным по затратам времени и стоимости.

Не применяя никаких вычислений, кратчайший путь между двумя пунктами можно выбрать в том случае, если они находятся в пределах видимости. Если же они достаточно удалены друг от друга, то возникают различные варианты передвижения, которые необходимо сравнить, чтобы выбрать наилучший. Решение такой задачи осуществляется методом потенциалов.

Транспортная сеть состоит из пунктов A_1, $A_2 \dots A_i$ и дорог её соединяющих. Длины участков между каждой парой пунктов известны и равны l_{ij}. Из начального пункта в конечный можно попасть по множеству маршрутов, требуется найти путь наименьшей протяжённости.

Рассмотрим процедуру вычислений, определив кратчайшее расстояние от пункта A_1 до всех остальных по сети дорог, представленных на рис.5.

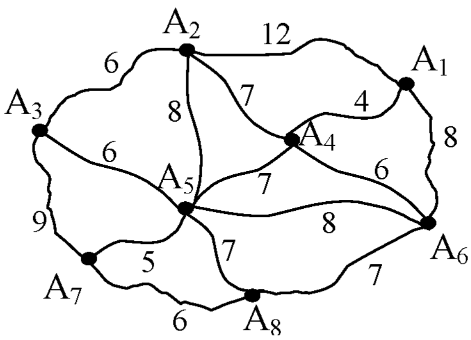


Рис. 5. Схема транспортной сети

Построив модель транспортной сети, замеряем расстояния между ближайшими (соседними) пунктами. Составим матрицу (табл.15)

Таблица 15

Матрица условий

Пункт отправления	Вспом.	Пункт							
	Строка / Столб.	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8
		$V_1=0$	$V_2=12$ 11	$V_3=18$ $\boxed{17}$	$V_4=4$	$V_5=11$	$V_6=8$	$V_7=16$	$V_8=15$
A_1	$U_1=0$		12		4		8		
A_2	$U_2=12$ 11	12		6	7	8			
A_3	$U_3=18$ $\boxed{17}$		6			6		9	
A_4	$U_4=4$	4	7			7	6		
A_5	$U_5=11$		8	6	7		8	5	7
A_6	$U_6=8$	8			6	8			7
A_7	$U_7=16$			9		5			6
A_8	$U_8=15$					7	7	6	

(исходный вариант), заполняя расстояния между соседними пунктами. При дальнейших расчётах пользуемся следующим правилом. Каждому пункту A_j соответствует некоторое число V_j, характеризующее расстояние от пункта A_1 до пункта A_j.

Приступаем к нахождению индексов, используя правила

$$V_j = U_i; \quad V_j = U_i + l_{ij}.$$

1. Принимаем индекс $U_1=V_1=0$.
2. По правилу находим через A_1A_2, A_1A_4 и A_1A_6 $V_2=0+12=12$, $V_4=0+4=4$, $V_6=0+8=8$ и $V_j=U_i$, $U_2=V_2=12$, $U_4=V_4=4$, $U_6=V_6=8$ и заносим в табл.26.
3. Находим V_3 через A_2A_3 с известным U_2:

$$V_3=U_2+l_{23}=12+6=18 \text{ и } V_3=U_3=18.$$

4. V_5 =min (по столбцу) =11, $V_5=U_5=11$.
5. V_7=min (по столбцу) =16, $V_7=U_7=16$.
6. V_8=min (по столбцу) =A_6A_8 =15, $V_8=U_8=15$.

Проверяем заполненные клетки таблицы на оптимальность по критерию $l_{ij} \geq V_j - U_i$.

В табл.15 $l_{42} < V_2 - U_4$ 7<12-4=8, критерий не соблюдается, поэтому решение не оптимально.

Рассчитываем новый индекс V_2 по вышеуказанному критерию $V_j = U_i + l_{ij} = 4+7=11$.

Получаем $U_2=V_2=11$.

Получаем новую таблицу (со значениями V_2 U_2 в кружках) и проверяем её на оптимальность. Она не оптимальна, так как $l_{53}<V_3-U_5$ 6<18-11.

Определяем новый индекс $V_3=U_5+l_{53}=11+6=17$, $U_3=V_3=17$.

Проверка табл.15 (с индексом кружочек и квадратик) показывает, что решение оптимально.

Следовательно, кратчайшее расстояние от точки A_1 задано числами $V_2 \ldots V_8$, т. е. $A_1 - A_2=11$ км, $A_1 - A_3=17$ км……..A_1- A_8=15 км.

Таблица (оптимальная) даёт также последовательность прохождения промежуточных пунктов, например из A_1 в A_7, и определяется следующим образом:

1. В столбце, соответствующему конечному пункту A_7 отыскиваем заполненную клетку, у которой расстояние равно разности индексов столбца и строки $l_{ij}=V_j-U_i$ (у нас A_5A_7). Она означает последнее звено маршрута A_5-A_7.
2. Для определения предпоследнего операция повторяется для столбца A_5. Это будет звено A_4-A_5.
3. Затем перед ним по столбцу A_4 звено A_1-A_4.

Итак, $A_1 \rightarrow A_4 \rightarrow A_5 \rightarrow A_7$ кратчайший путь найден.

Затем повторяем все решения с самого начала (всю матрицу), принимая:

а) исходный пункт A_2 (т.е. $V_2=U_2=0$);

б) исходный пункт A_3 ($V_3=U_3=0$) и т. д. определяем все кратчайшие расстояния.

.

Одной из важнейших задач оперативного планирования перевозки грузов автомобильным транспортом является увязка грузопотоков в маршруты. Решение этой задачи позволяет снизить непроизводительные пробеги автомобилей, поэтому в практике оперативного планирования перевозок грузов на автотранспорте, как правило, после закрепления потребителей за поставщиками, обеспечивающего минимизацию транспортной работы, решается другая задача – маршрутизация.

В общем виде она формулируется так: при постоянных множествах пунктов производства, потребления, размещения подвижного состава, объёма поставок и потребления грузов и ограничениях на ресурсы подвижного состава необходимо найти допустимые, т. е. удовлетворяющие налагаемым практикой планирования ограничениям и упорядоченные подмножества связанных пунктов, при реализации которых достигается экстремальное значение целевой функции, отражающей эффективность процесса поставок грузов.

В настоящее время ярко выраженная разница в технологии перевозок разделяет методы маршрутизации на два класса: маршрутизация помашинных отправок грузов и маршрутизация мелких партий грузов.

Задача маршрутизации помашинных отправок возникает в тех случаях, когда у любого отправителя каждый отдельный автомобиль загружается полностью в адрес только одного потребителя. Примером таких перевозок являются перевозки различных массовых навалочных грузов, кирпича, леса и т.п.

Решение состоит из двух этапов: оптимального решения транспортной задачи и формирования набора маршрутов.

Технология конструирования маршрутов может быть выполнена методом совмещённых планов, разработанным на базе линейного программирования. Идея метода совмещённых планов (матриц) состоит в следующем. На первом этапе ищем оптимальный план холостых пробегов автомобилей (как это делалось при решении задачи по закреплению потребителей за поставщиками). На втором этапе в одну матрицу записываем два плана: заданный и полученный, после чего путём специальной процедуры выбираем маршруты движения автотранспорта.

В простейшей постановке задача маршрутизации грузовых перевозок состоит в следующем.

Разнородный груз сосредоточен в пунктах отправления $A_1, A_2 \ldots A_i \ldots A_m$ в количествах соответственно $a_1, a_2 \ldots a_i \ldots a_m$ единиц. Его необходимо доставить в пункты назначения $B_1, B_2 \ldots B_j \ldots B_n$ в количествах $в_1, в_2 \ldots в_j \ldots в_n$ соответственно.

Объём перевозок из *i-го* пункта отправления в *j-й* пункт назначения составляет q_{ij} единиц и известен для всех пунктов.

Расстояние от i-го пункта отправления до j-го пункта назначения равно l_{ij} и известно для всех комбинаций ij.

В процессе выполнения перевозок в пунктах назначения $B_1, B_2 \ldots B_j \ldots B_n$ после разгрузки автомобилей будет образовываться порожняк в количествах $в_1^1, в_2^1 \ldots в_j^1 \ldots в_n^1$ единиц.

Этот порожняк необходимо подать под очередную загрузку в пункты отправления $A_1, A_2 \ldots A_i \ldots A_m$ в количестве $a_1^1, a_2^1 \ldots a_i^1 \ldots a_m^1$.

Величины a_i, $в_j$, q_{ij}, a_i^1, $в_j^1$ могут выражаться либо в тоннах, либо в ездках автомобиля. Для существа задачи это безразлично, тем более что тонны всегда можно перевести в ездки. Однако с методической точки зрения удобнее пользоваться ездкой автомобиля с грузом и без груза.

Количество прибывающих в пункт назначения гружёных автомобилей представляет ресурсы порожняка в данном пункте. Количество убывающих из пункта отправления гружёных автомобилей – потребность этого пункта в порожняке.

По смыслу рассматриваемой задачи всегда имеет место условие

$$в_j^1 = в_j = \sum_{i=1}^{m} q_{ij}, \text{ где } j=1, 2 \ldots n$$

$$a_i^1 = a_i = \sum_{j=1}^{n} q_{ij}\text{, где } i=1,2\ldots m.$$

Расстояние от B_j до A_i , равное $l_{ji}=l_{ji}$, известно для всех сочетаний i, j.

За смену каждый автомобиль выполняет несколько ездок с грузом из одного или нескольких пунктов отправления в один или несколько пунктов назначения. После каждой ездки с грузом автомобиль возвращается в пункт отправления порожняком. Из каждого пункта назначения автомобиль может следовать под погрузку в любой пункт отправления, имеющий груз.

Дополнительным условием задачи является требование, чтобы за рабочую смену автомобиль направлялся не более чем в 4 разных пункта отправления и такое же количество пунктов назначения. Практически это означает, что при сменном задании с большим числом ездок необходимо составлять кольцевой маршрут так, чтобы по нему можно было сделать несколько оборотов.

Таким образом, требуется составить такой план перевозок (маршруты движения автомобилей и сменные задания водителям), который обеспечит выполнение заданных объёмов перевозок с наименьшим холостым пробегом автомобилей.

Обозначим количество порожняка в автомобилеездках, подаваемого из пункта B_j в пункт A_i, через x_{ji}. Суммарный холостой пробег автомобилей из всех пунктов наличия порожняка во все пункты его подачи при этом составит

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m} x_{ji} l_{ji}.$$

Условие полного удовлетворения спроса на порожняк каждого пункта отправления за счёт подачи из разных пунктов наличия порожняка записывается следующим образом:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ji} = a_i^1 \quad i=1, 2\ldots m.$$

Весь порожняк из каждого пункта назначения должен быть подан в пункты отправления под погрузку. Формально это означает, что

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ji} = b_j^1 \quad j=1, 2\ldots n.$$

Количество автомобилей не может быть отрицательным, т. е.

$$X_{ji} \geq 0 \quad j = 1,2\ldots n;\ I = 1,2\ldots m. \qquad (11)$$

Таким образом, требуется определить совокупность величин x_{ji} (план возврата порожняка), удовлетворяющих условиям

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ji} = b_j^1,\ j = 1, 2\ldots n. \qquad (12)$$

$$\sum_{o=1}^{m} x_{ji} = a_i^1,\ I =1, 2\ldots m. \qquad (13)$$

и минимизирующих суммарный холостой пробег автомобилей

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m} x_{ji} l_{ji} \quad . \qquad (14)$$

По смыслу задачи имеет место равенство

$$\sum_{i=1}^{m} a_i^1 = \sum_{j=1}^{n} b_j^1 .$$

Сформулированная задача (11 – 14) называется задачей минимизации холостых пробегов автомобилей. Это транспортная задача линейного программирования, имеющая **n·m** число переменных, связанных посредством **n+m** линейных уравнений.

Далее рассмотрим постановку указанной задачи на конкретном примере – задания на перевозку грузов на известные расстояния. Исходные данные приведены в табл.16.

Таблица 16

Исходные данные

№ п/п	Отправитель груза		Получатель груза		Род груза	Кол-во, т	Ездки
	Наименование	шифр	Наименование	шифр			
1	Угольный склад	A_1	Завод	B_2	Уголь	80	8
2	Угольный склад	A_1	ЖЭК-3	B_5	Уголь	90	9
3	Карьер 3	A_2	РСУ-5	B_1	Песок	210	21
4	Карьер 3	A_2	СМУ-7	B_3	Песок	280	28
5	Карьер 3	A_2	ЖЭК-3	B_5	Песок	160	16
6	Речной порт	A_3	СМУ-6	B_4	Гравий	210	21
7	Карьер 1	A_4	РСУ-5	B_1	Щебень	80	8
8	Карьер 1	A_4	Завод	B_2	Щебень	140	14

Расстояния между всеми пунктами заданы в табл.17 (матрица расстояний).

Таблица 17

Матрица расстояний

Пункт отпр. из АТП	Пункты назначения					АТП	
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	$Г_1$	$Г_2$
A_1	5	20	9	11	15	3	9
A_2	3	6	4	7	3	4	11
A_3	2	7	5	27	3	10	9
A_4	8	4	3	6	2	12	7
$Г_1$	6	18	2	7	15	---	---
$Г_2$	9	5	4	8	8	---	---

Решение поставленной задачи рассматриваемым методом совмещённых планов включает три этапа.

Этап 1. Минимизация холостых пробегов автомобилей и нахождение оптимального плана возврата порожних автомобилей под погрузку после их выгрузки.

Используя данные табл.16 и табл.17, составляем матрицу условий (табл.18)

Таблица 18

Матрица условий

Пункт подачи порожняка	Вспомогательные	Пункты образования порожняка					Потребность в порожняке
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1		5	20	9	11	15	17
A_2		3	6	4	7	3	65
A_3		2	17	5	27	3	21
A_4		8	4	3	6	2	22
Наличие порожняка, ездок		29	22	28	21	25	125

В соответствии с алгоритмом метода потенциалов находим допустимый план холостых пробегов.

Затем через построение цепочек перемещений составляем улучшенный план холостых пробегов и, наконец, получаем оптимальный план возврата порожних автомобилей. Этот оптимальный план возврата порожняка представлен в табл.19.

Таблица 19

Оптимальный план возврата порожняка под погрузку

Пункт подачи порожняка	Строк \ Столб	Пункт образования порожняка					Потребность в порожняке, ездок
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
		$V_1=5$	$V_2=9$	$V_3=7$	$V_4=10$	$V_5=6$	
A_1	$U_1=0$	5 **17**	20	9	11	15	**17**
A_2	$U_2=-3$	3	6 **0**	4 **28**	7 **21**	3 **16**	**65**
A_3	$U_3=-3$	2 **12**	7	5	27	3 **9**	**21**
A_4	$U_4=-5$	8	4 **22**	3	6	2	**22**
Наличие порожняка		**29**	**22**	**28**	**21**	**25**	**125**

<u>Этап 2.</u> Составляем матрицу совмещённых планов (табл.20).

Таблица 20

Матрица совмещённых планов

Пункты подачи порожняка	Пункты образования порожняка				
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
A_1	5 **17**	20 **8**	9	11	15 **9**
A_2	3 **21**	6	4 28 **28**	7 21	3 16 **16**
A_3	2 **12**	7	5	27 **21**	3 9
A_4	8 **8**	4 22 **14**	3	6	2

Для этого в матрицу возврата порожняка (т.е. холостых пробегов) табл.19

записываем число гружёных ездок из табл.16 исходных данных. В разбираемом примере ездки с грузом обозначены жирным шрифтом, а порожние – обычным. Вспомогательные и итоговые строки и столбцы для дальнейших расчётов не нужны, и поэтому они исключены из матрицы.

Маршруты движения автомобилей строятся непосредственно на матрице совмещённых планов, табл.20. При этом сначала выбираются все маятниковые маршруты, а затем все кольцевые.

Маятниковые маршруты определяют клетки с двойной загрузкой, т. е. клетки, в которых записаны одновременно ездки с грузом и без груза. В нашем примере двойные загрузки имеют клетки A_2B_3, A_2B_5 и A_4B_2, которые обозначают следующие маятниковые маршруты:

маршрут 1 A_2- B_3 – A_2 на 28 ездок;
маршрут 2 A_2- B_5 – A_2 на 16 ездок;
маршрут 3 A_4- B_2 – A_4 на 14 ездок.

Количество ездок по каждому маятниковому маршруту определяется наименьшей из загрузок рассматриваемой клетки. Запланированные на маршруты 1 – 3 гружёные и порожние ездки исключаются из матрицы, после чего продолжается составление маршрутов. Поскольку в матрице теперь отсутствуют клетки с двойной загрузкой, приступаем к составлению кольцевых маршрутов.

Кольцевые маршруты из четырёх звеньев (две ездки с грузом и две без груза) составляются следующим образом: из горизонтальных и вертикальных отрезков строят прямоугольник так, чтобы все его нечётные вершины лежали в клетках с гружёными, а чётные – в клетках с порожними ездками. Вершины прямоугольника обозначают кольцевой маршрут с двумя пунктами отправления и двумя пунктами назначения. Количество оборотов по маршруту определяется наименьшей из загрузок, обозначающих вершины прямоугольника.

Таблица 21

Выбор четырёхзвенных кольцевых маршрутов

Пункты отправления	Пункты назначения				
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
A_1	5 **17**	20 **8**	9	11	15 **9**
A_2	3 **21**	6	4	7 21	3
A_3	2 12	7	5	27 **21**	3 9
A_4	8 **8**	4 8	3	6	2

В табл. 21 изображён прямоугольник, обозначающий маршрут № 4: A_1 – B_2- A_4- B_1- A_1 на 8 оборотов.

Далее строится матрица (табл. 22) для выбора новых 4 – звенных кольцевых маршрутов. Табл. 21 отличается от табл. 22 тем, что из неё исключены гружёные и порожние клетки, взятые на маршруте № 4.

Таблица 22

Выбор 4 – звенных кольцевых маршрутов

Пункты оправления	Пункты назначения				
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
A_1	9				**9**
A_2	**21**			21	
A_3	12			**21**	9
A_4					

Далее, после выбора всех 4– звенных кольцевых маршрутов составляются маршруты из 6 и более звеньев (табл. 23) по тому же принципу.

Таблица 23

Выбор 6 – звенных кольцевых маршрутов

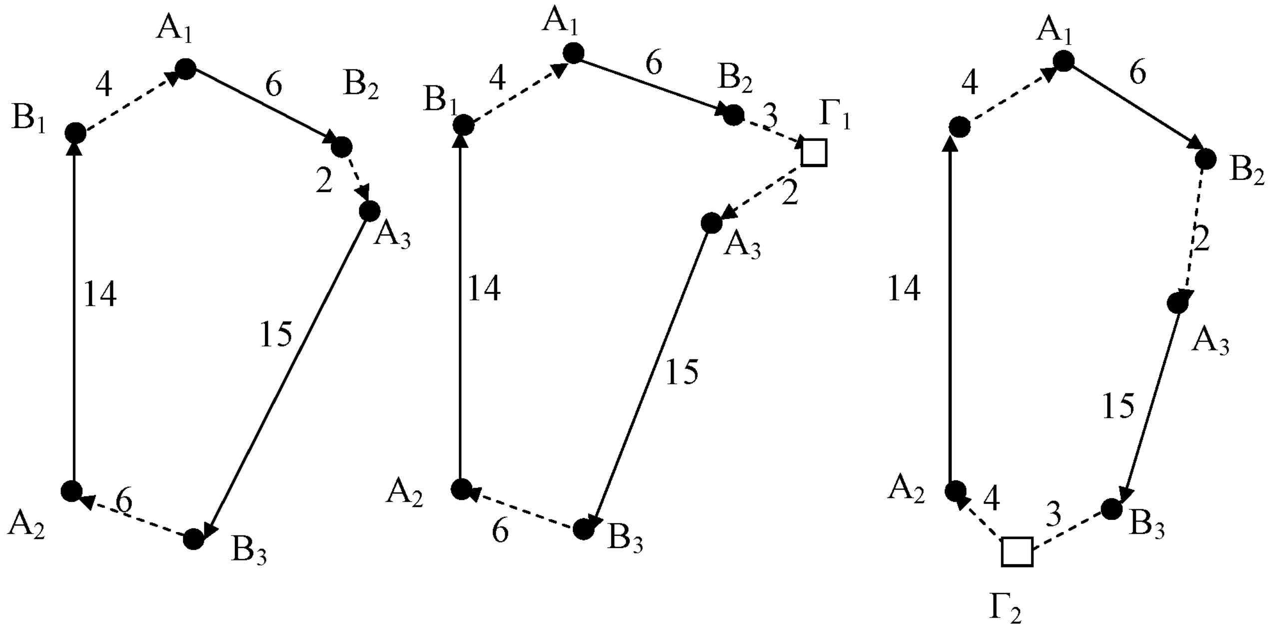
Пункты оправл.	Пункты назначения				
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
A_1	9				**9**
A_2	**9**			9	
A_3				**9**	9
A_4					

Процесс составления маршрутов заканчивается, когда в матрице не остаётся ни одной загрузки.

<u>**Этап 3.**</u> Третий этап начинается с прикрепления полученных маршрутов к АТП. Это связано с решением двух вопросов:

- определением пункта погрузки, с которого следует начинать работу по кольцевому маршруту;
- выбором АТП, автомобили которого будут выполнять данный маршрут.

Обычно рекомендуется выбирать первый пункт погрузки на кольцевом маршруте и АТП так, чтобы получить наименьший нулевой пробег автомобилей. Однако такое решение не является наилучшим. Чтобы убедиться в этом, рассмотрим пример.



а) б) в)

Рис. 6. Схемы кольцевых маршрутов

На рис. 6 представлены схемы кольцевых маршрутов. Пункты отправления обозначены буквой А, а пункты назначения – буквой В. Направление движения автомобилей показано стрелками. Цифры указывают соответствующие расстояния в километрах. На рис. 6,а представлен маршрут без привязки к АТП, на рис. 6,б - маршрут с привязкой к АТП $Г_1$, а на рис. 6,в - маршрут с привязкой к АТП $Г_2$.

Для маршрута без нулевых пробегов (рис. 6,а) безразлично, с какого пункта отправления – $А_1$, $А_2$ или $А_3$ начинается его выполнение: в любом случае его порожний пробег будет равен 12 км.

В случае прикрепления маршрута к разным АТП пробеги без груза составят

	нулевой пробег	холостой пробег	порожний пробег
вариант 1б	5	10	15
вариант 1в	7	6	13

У варианта **б** нулевой пробег меньше, но лучшим является вариант **в,** обеспечивающий наименьший суммарный порожний пробег автомобиля в 1 км.

(с 12 км до 13 км) Подобное положение сохраняется при любом количестве оборотов автомобиля по маршруту.

Из данного примера видно, что для кольцевых маршрутов нулевые пробеги не могут служить критерием правильности выбора первого пункта погрузки и АТП: им должен быть порожний пробег в целом. Это усложняет работу по привязке маршрутов, так как величина порожних пробегов становится известной лишь в результате полного расчёта маршрута после выбора первого пункта погрузки и АТП.

Анализ приведённых маршрутов на рис. 6 показывает, что прикрепление их к АТП вызывает увеличение пробега без груза за счёт нулевого пробега, а также его сокращение за счёт холостого пробега между последним пунктом разгрузки и первым пунктом погрузки, который не выполняется автомобилем после груженой заключительной ездки. Поскольку сумма нулевых пробегов больше указанного холостого пробега (как сумма двух сторон треугольника, образованного отрезками, равными этим расстояниям), любая привязка маршрута к АТП вызывает общее увеличение порожнего пробега на разницу между суммарным нулевым пробегом и указанным холостым пробегом (в частном случае, когда АТП расположено на дороге между первым пунктом погрузки и последним пунктом выгрузки, эта разница может быть равна нулю).

Таким образом, наименьшая величина прироста порожнего пробега является критерием выбора АТП. Этот прирост рассчитывается по формуле:

$$\Delta l_{ikj} = l_{ki} + l_{jk} - l_{ji} \quad i = 1, 2 \ldots m; \quad j = 1, 2 \ldots n; \quad k = 1,2 \ldots p, \tag{15}$$

где Δl_{ijk} - прирост порожнего пробега при выполнении маршрута, начиная с i – го пункта погрузки к –м автотранспортным предприятием и заканчивая j – м пунктом разгрузки;

l_{ki} - расстояние от k – го АТП до i – го пункта погрузки (первый нулевой пробег);

l_{jk} - расстояние от j – го последнего пункта разгрузки до k – го АТП (второй нулевой пробег);

l_{ji} - расстояние между j – м последним пунктом разгрузки и i – м первым пунктом погрузки.

По рассмотренному выше кольцевому маршруту № 4 перевозки может выполнять либо 1 – е , либо 2 – е АТП. При этом движение по маршруту можно начинать либо с пункта A_1, либо A_4. Таким образом, возможны четыре варианта, а именно:

вариант 1. АТП-1 – A_1 – B_2- A_4 – B_1- A_4- АТП-1;

вариант 2. АТП-2 – A_1 – B_2- A_4 – B_1- A_4- АТП-2;

вариант 3. АТП-1 – A_4 – B_1 – A_1- B_2- A_4- АТП-1;

вариант 4. АТП-2 – A_4- B_1 – A_1- B_2- A_4- АТП-2.

Используя данные матрицы расстояний (табл.17), по формуле (15) получаем оценки для каждого из вариантов:

$$\Delta l_{ikj1} = 3+6\text{-}5=4 \text{ км},$$
$$\Delta l_{ikj2} = 9+9\text{-}5=13 \text{ км},$$
$$\Delta l_{ikj3} = 12+18\text{-}4=26 \text{ км},$$
$$\Delta l_{ikj4} = 7+5\text{-}4=8 \text{ км}.$$

Наименьший порожний пробег 4 км имеет первый вариант, поэтому его и выбираем.

Маятниковый маршрут № 1 имеет два варианта выполнения: либо первым АТП, либо вторым АТП. Поскольку оценка первого варианта Δl_{ikj1}=4+2-4=2 меньше, чем у второго Δl_{ikj2}=11+4- 4=11, выполнить этот маршрут должно АТП № 1.

Вопросы для самопроверки по разделу 4

1. Какие методы маршрутизации вы знаете?
2. В чём состоит метод совмещённых планов?
3. В чём состоит задача маршрутизации грузовых перевозок?
4. Как решается задача минимизации холостых пробегов автомобилей?
5. Что включает в себя метод совмещённых планов?
6. Расскажите об особенностях мелкопартионных перевозок грузов.
7. В чём особенность решения задач линейного программирования?
8. Как составляется матрица условий?
9. На чём основан метод потенциалов?
10. Как осуществляется решение транспортной задачи с нарушенным балансом производства-потребления?
11. Как решается задача с минимальным временем перевозки?

Заключение

Рост масштабов производства, усложнение производственно-экономических связей, ускорение научно-технического прогресса, повышение роли интенсивности путей роста производства и другие факторы требуют постоянного совершенствования методов решения производственных задач, планирования и управления производством. В то же время управление транспортным процессом осуществляется далеко не лучшим образом.

Главной причиной является несоответствие уровня управления современным масштабам автотранспортного производства. Это несоответствие является серьёзным препятствием для дальнейшего улучшения работы автомобильного транспорта и требует разработки и внедрения новых методов управления. Решающая роль принадлежит математике и электронной технике.

Использование математических методов в решении производственных задач, экономических расчётах и планировании позволит поднять последние на высшую ступень и перейти от удовлетворительных, только сбалансированных плановых решений к наилучшим, оптимальным.